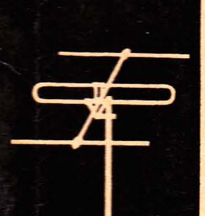
21

DER PRAKTISCHE FUNKAMATEUR



Zwei Widerstände ergeben in Parallelschaltung 10
in Reihenschaltung dagegen 800 Ohm. Wie groß sin
beiden Einzelwiderstände?

a) $R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

b) $R_r = R_1 + R_2$

c) $R_1 = R_r - R_2$

c in a eingesetzt:

$$R_p = \frac{(R_r - R_2) R_2}{R_r - R_2 + R_2} = \frac{(R_r - R_2) R_2}{R_r}$$

$$R_2^2 = R_r \cdot R_2 + R_p \cdot R_r = 0$$

$$R_2 = \frac{R_r}{2} + \sqrt{\frac{R_r^2}{4} - R_p \cdot R_r} = 0$$

$$R_2 = \frac{800}{2} + \sqrt{\frac{800^2}{4} - 100 \cdot 800} = \underline{\underline{683\ \Omega}}$$

$$R_1 = R_r - R_2 = 800 - 683 = \underline{\underline{117\ \Omega}}$$

O. Kronjäger

Formelsammlung für den Funkamateur

Der praktische Funkamateur · Band 21
Formelsammlung für den Funkamateur

OTTHERMANN KRONJÄGER

FORMELSAMMLUNG FÜR DEN FUNKAMATEUR



VERLAG SPORT UND TECHNIK · 1961

Bemerkung: Leider ist es aus drucktechnischen Gründen nicht möglich gewesen, einen formalen Fehler in der Formel auf dem Umschlag zu berichtigen. Wir bitten unsere Leser, die richtige Formel auf Seite 30 zu beachten.
Der Verlag

Redaktionsschluß: 15. Februar 1961
Verantwortlicher Lektor: Karl-Heinz Schubert
Verlag Sport und Technik, Neuenhagen bei Berlin, Langenbeckstraße 36—39
Alle Rechte vorbehalten
Gedruckt in der Deutschen Demokratischen Republik
Lizenznummer 545/11/61 — 650/3371
Einbandgestaltung: Paul Schubert
Zeichnungen: Hildegard Seidler
Verlagsbogen: 6,6 Druckbogen: 6,5
Preis: 1,90 DM

VORWORT

Vorliegende Broschüre soll den Kurzwellenamateur in seinen sich selbst gestellten Aufgaben unterstützen. Oft genug werden bei Diskussionen Probleme angeschnitten, die man möglichst sofort beantworten will. Die dazu erforderliche umfangreiche Literatur ist aber vielfach unerreichbar. Hier soll die Broschüre helfen, einen Teil der für den Funkamateur immer notwendigen Formeln sofort bereit zu haben. Natürlich können im Rahmen dieses Heftes nur einige Fragen behandelt werden. Eines ist allerdings gewiß, daß eine richtige Anwendung der gebotenen Beziehungen schon vielfach Klarheit über das Problem gibt. Die angeführten Beispiele sollen dem jungen Kameraden die Lösung der gestellten Aufgaben erleichtern und ihm helfen, parallele Forderungen selbständig zu lösen. Die beigefügten Diagramme erleichtern die Rechenarbeit beachtlich.

Otthermann Kronjäger

Leipzig, im Februar 1961

INHALTSVERZEICHNIS

1. ZUSAMMENHANG ZWISCHEN MECHANISCHEN UND ELEKTRISCHEN GRÖSSEN

Das Gewicht eines Körpers wird im technischen Maßsystem in kp (Kilopond) angegeben, es entspricht also einer Kraft. Dabei ist ein kp die Kraft, mit der eine Masse von 1 kg auf der Erdoberfläche auf die Unterlage drückt. Aus dem Newtonschen Bewegungsgesetz folgt:

$$P = m \cdot b \quad [\text{kp}].$$

P = Kraft in kp, m = Masse in kg,
b = Beschleunigung in m/s^2.
Im technischen Maßsystem wird die Einheit Pond (p) verwendet.
$1\ \text{kp} = 10^3\ \text{p} = 1\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 9{,}81\ \text{N}$ (Newton)
$1\ \text{p} = 9{,}81\ \text{g} \cdot \text{cm/s}^2$ $\quad 1\ \text{N} = 0{,}102\ \text{kp}$
Im physikalischen Maßsystem wird verwendet
$1\ \text{N}$ (Newton) $= 1\ \text{Dyn} = 10^5\ \text{dyn} = 0{,}102\ \text{kp}$.
Das spezifische Gewicht oder die „Wichte“ eines Stoffes ist das Gewicht eines Volumens von 1 cm^3 dieses Stoffes, also

$$\gamma = \frac{G}{V}$$

γ = Wichte in pcm^{-3}, G = Gewicht in p, V = Volumen in cm^3.
Tabelle 1 gibt für einige Stoffe das spezifische Gewicht in pcm^{-3} an.
Im Gegensatz zur Wichte eines Stoffes ist die Dichte eines Stoffes das Verhältnis von Masse zu Volumen eines Körpers von 1 cm^3, also

$$\varrho = \frac{m}{V}\,[\text{gcm}^{-3}];$$

ϱ = Dichte in gcm^{-3}, m = Masse in g, V = Volumen in cm^3.
Aus Gleichung $P = m \cdot b$ folgt für die Masse

$$m = \frac{G}{g}\,[\text{kg}];$$

m = Masse in kg, G = Gewicht in kp, g = Erdbeschleunigung = $9{,}81\ m/s^2$.

Die mechanische Arbeit A ist als physikalische Größe das Produkt aus der Kraft P und dem unter der Einwirkung dieser Kraft zurückgelegten Weg s

$$A = P \cdot s \quad [\text{kpm}].$$

A = mechanische Arbeit in kpm, P = Kraft in kp, s = Weg in m.

Tabelle 1
Spezifisches Gewicht einiger Stoffe

Stoff	in pcm^{-3}	Stoff	in pcm^{-3}
Aluminium, rein	2,72	Messing	8,5—8,8
Asbest	2,1—2,8	Nickel, gegossen	8,3
Blei	11,34	Papier	0,7—1,15
Braunkohle	1,2—1,5	Platin, gegossen	21,15
Bronze (Sn-)	8,6	Quarz	2,5—2,8
Flußstahl	7,86	Silber, gegossen	10,5
Gold, gegossen	19,25	Zink, gegossen	6,86
Holz	0,5—1,2	Zinn, gegossen	7,28
Kork	0,24—0,35	Aceton bei 18 °C	0,80
Kupfer	8,7	Aether bei 18 °C	0,717
Leder	0,86—1,02	Benzin bei 15 °C	0,68—0,74

Technische Maßeinheiten:
1 kpm = 10^3 pm = 10^5 pcm = 9,81 Nm (Newtonmeter),
1 Nm = 0,102 kpm.
Physikalische Maßeinheiten:
1 erg = 1 dyn · cm, 10^7 erg = 1 Nm = 1 J (Joule),
10^{10} erg = kJ (Kilojoule).
Für die Umrechnung von mechanischer Arbeit in elektrische Arbeit gelten folgende Umrechnungen:
10^7 erg = 1 Ws (Wattsekunde) = 0,102 kpm,
1 Ws = 1 J (Joule) = 1 V·As (Amperesekundenvolt) = 1 C·V (Coulombvolt),
1 kWh (Kilowattstunde) = 36 · 10^{12} erg = 3,67 · 10^5 kpm.
Für die Umrechnung von mechanischer Arbeit in Wärmeeinheiten gelten folgende Beziehungen:
1 cal (= Kalorie) = 0,427 kpm = 4,186 J (Joule),
0,239 cal = 1 J (Joule) = 1 Ws = 0,102 kpm,
1 kcal (Kilokalorie) = 10^3 cal, 860 kcal = 1 kWh.
Bezieht man die Arbeit A auf die Zeit t, dann erhält man die Leistung N

$$N = \frac{A}{t} \, [\text{kpm/s}];$$

N = mechanische Leistung in kpm/s, A = mechanische

Arbeit in kpm, t = für die Durchführung der Arbeit benötigte Zeit in s.
Technische Maßeinheiten:
1 kpm/s = 10^3 pm/s, 75 kpm/s = 1 PS (Pferdestärke).
Physikalische Maßeinheiten:
1 erg/s = 1 dyn·cm/s, 10^7 erg/s = 1 J/s (Joule/s).
Umrechnungsbeziehungen:
1 kpm/s = 9,81 W (Watt) = 2,34 cal/s = 0,0133 PS,
1 W = 0,102 kpm/s = 0,239 cal/s,
1 kW = 10^3 W = 101,9 kpm/s = 1,36 PS = 239 cal/s,
1 PS = 75 kpm/s = 736 W = 176 cal/s,
1 kcal = 426,9 kpm/s = 5,66 PS = 4,184 kW.

Grundformeln der Mechanik

Potentielle Energie:

$$W_{pot} = G \cdot h \quad [\text{kpm}];$$

G = Gewicht in kp, h = Höhe in m.
Kinetische Energie:

$$W_{kin} = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad [\text{kpm}];$$

m = Masse in kp·s^2/m, v = Geschwindigkeit in m/s.
Gleichförmige Bewegung:

$$s = v \cdot t \quad [\text{m}];$$

s = Weg in m, v = Geschwindigkeit in m/s, t = Zeit in s.
Ungleichförmige Bewegung:

$$s = \frac{b \cdot t^2}{2} \quad [\text{m}],$$

$$v = b \cdot t \quad [\text{m/s}];$$

s = Weg in m, b = Beschleunigung in m/s^2, t = Zeit in s, v = Endgeschwindigkeit in m/s.
Für den freien Fall hat die Beschleunigung den Wert b = g ≈ 9,81 m/s^2.
Harmonische Bewegung:

$$s = A \sin \omega t \quad [\text{m}];$$

s = Weg in m, A = Amplitude in m, ω = Kreisfrequenz in 1/s = 2πf, f = Frequenz in 1/s, t = Zeit in s.
Der Kehrwert der Frequenz f ist die Schwingungsdauer T

$$T = \frac{1}{f} [\text{s}].$$

Kreisförmige Bewegung:

$$v = \omega \cdot r \quad [\text{m/s}];$$

v = Geschwindigkeit in m/s, ω = Winkelgeschwindigkeit in 1/s, r = Kreisradius in m.

Tangentialbeschleunigung:

$$a_t = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r \ [m/s^2];$$

ω = Winkelgeschwindigkeit in 1/s, r = Kreisradius in m.
Zentrifugalkraft:

$$Z = \frac{m \cdot v^2}{r} [kp];$$

m = Masse in $kp \cdot s^2/m$, v = Geschwindigkeit auf der Kreisbahn in m/s, r = Kreisradius in m.

Beispiel 1

Ein Mensch wiegt 80 kp. Wieviel dyn sind das?
1 kp = 9,81 Dyn, 1 Dyn = 10^5 dyn,
80 kp = 80 · 9,81 = 784 Dyn = $7{,}84 \cdot 10^7$ dyn.

Beispiel 2

Das Gewicht eines Körpers beträgt P = 100 dyn. Welche Masse m besitzt dieser Körper?
10^5 dyn = 0,102 kp,
100 dyn = $0{,}102 \cdot 10^{-3}$ kp,

$$m = \frac{P}{g} = \frac{0{,}102 \cdot 10^{-3}\,kp \cdot s^2}{9{,}81\,m} = 0{,}0104 \cdot 10^{-3}\,kg = 0{,}0104\,g.$$

Beispiel 3

Wie lange braucht ein Stein, um eine Höhe von h = 100 m zu durchfallen?
Aus der Formel (9) erhält man durch Umformung die Fallzeit

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100\,m \cdot s^2}{9{,}81\,m}} = \sqrt{20{,}4\,s^2} = 4{,}52\,s$$

Welche Endgeschwindigkeit besitzt der Stein dann?

$$v_e = g \cdot t = 9{,}81\,m/s^2 \cdot 4{,}52\,s = 44{,}3\,m/s.$$

Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit muß man den Stein nach oben werfen, damit er die Höhe h = 100 m wieder erreicht?

$$v_a = \sqrt{2\,g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,m/s^2 \cdot 100\,m}$$
$$= \sqrt{1962\,m^2/s^2} = 44{,}3\,m/s.$$

Beispiel 4

Ein Satellit erreicht mit einer bestimmten Geschwindigkeit v eine Kreisbahn um die Erde. Diese Kreisbahn liegt in einer Ebene durch den Erdmittelpunkt, der auch der Kreismittelpunkt ist. Der Radius der Kreisbahn möge r = 7000 km betragen. Wie groß muß die Geschwindigkeit v sein, damit sich das Gewicht des Satelliten und die Zentrifugalkraft das Gleichgewicht halten?

Es muß also P = Z sein. Da $P = m \cdot g$ und $Z = \frac{m \cdot v^2}{r}$ ist, erhält man folgende Gleichung

$$m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Nach der Geschwindigkeit v aufgelöst, erhält man

$$v = \sqrt{g \cdot r} = \sqrt{9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \cdot 7 \cdot 10^6\ \mathrm{m}} = \sqrt{68{,}6 \cdot 10^6\ \mathrm{m^2/s^2}}$$
$$= 8{,}28 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s} = 8{,}28\ \mathrm{km/s}.$$

Beispiel 5

Ein Besucher mit einem Gewicht von P = 80 kp benötigt eine Zeit von t = 15 min, um auf das Dach eines Hochhauses zu kommen. Die zu bewältigende Höhe beträgt h = 200 m. Wie groß ist

a) die aufzubringende Arbeit in kWh?
b) die erzeugte Leistung in kW?

a) $A = P \cdot h = 80\ \mathrm{kp} \cdot 200\ \mathrm{m} = 16\,000\ \mathrm{kpm}$.
Da 0,102 kpm = 1 Ws ist:

$$A_{[Ws]} = \frac{16\,000}{0{,}102} = 157\,000\ \mathrm{Ws} = 1{,}57 \cdot 10^5\ \mathrm{Ws},$$

$$1\ \mathrm{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \mathrm{Ws},$$

$$A_{[kWh]} = \frac{1{,}57 \cdot 10^5}{3{,}6 \cdot 10^6} = 0{,}0437\ \mathrm{kWh},$$

b) $$N = \frac{A}{t} = \frac{0{,}0437\ \mathrm{kWh}}{\frac{1}{4}\ \mathrm{h}} = 4 \cdot 0{,}0437\ \mathrm{kW} = 0{,}175\ \mathrm{kW},$$

(15 min = ¼ h).

Beispiel 6

Ein Diesel-Schnelltriebwagen hat ein Gewicht von P = 200 t und entwickelt eine Geschwindigkeit von

v = 100 km/h. Wie groß ist seine kinetische Energie in kWh?

$$v_{[m/s]} = \frac{100 \text{ km/h}}{3600} = 27{,}8 \text{ m/s},$$

$$W_{kin} = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{G \cdot v^2}{2g}, \quad \text{da} \quad m = \frac{G}{g}$$

$$W_{kin} = \frac{2 \cdot 10^5 \text{ kp} \cdot 27{,}8^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2} = \frac{773 \cdot 10^5 \text{ kpm}}{9{,}81}$$

$$= 78{,}8 \cdot 10^5 \text{ kpm},$$

$$1 \text{ kWh} = 3{,}67 \cdot 10^5 \text{ kpm},$$

$$W_{kin\,[kWh]} = \frac{78{,}8 \cdot 10^5 \text{ kWh}}{3{,}67 \cdot 10^5} = 21{,}5 \text{ kWh}.$$

2. WIDERSTAND, KONDENSATOR UND SPULE

2.1 Der Widerstand

Einheit des Widerstandes

1 Ohm ist der Widerstand eines Leiters, an dessen Enden ein Spannungsunterschied von 1 V besteht, wenn durch ihn ein Strom von 1 A fließt. Dargestellt wird diese Einheit durch einen Quecksilberfaden von 1,063 m Länge, bei einem gleichmäßigen Querschnitt von 1 mm², bei der Temperatur von 0 °C.

Vielfache und Teile der Einheit Ohm (Ω) sind:
0,001 Ω = 10^{-3} Ω = 1 Milliohm (mΩ),
1 000 Ω = 10^3 Ω = 1 Kiloohm (kΩ),
1 000 000 Ω = 10^6 Ω = 1 Megohm (MΩ).

Um zu vergleichbaren Werten zu kommen, bezeichnet man den Widerstand eines Leiters von 1 m Länge und

1 mm² Querschnitt als den spezifischen Widerstand und verwendet als Symbol ϱ ($\Omega \cdot mm^2/m$). Den Kehrwert des spezifischen Widerstandes ϱ nennt man die spezifische Leitfähigkeit $\varkappa$ ($m/\Omega \cdot mm^2$).

$$\varkappa = \frac{1}{\varrho}$$

$\varkappa$ (sprich „kappa"), ϱ (sprich „rho").

Den Elektrotechniker interessieren vor allem die Werte für die meist verwendeten Leitermaterialien Aluminium und Kupfer, den HF-Techniker noch die von Silber.

	$\varrho \left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}\right]$	$\varkappa \left[\frac{m}{\Omega \cdot mm^2}\right]$
Aluminium	0,0287	34,8
Kupfer	0,0178	57,0
Silber	0,0165	62,5

Der Widerstand wird allgemein mit R bezeichnet. Der Kehrwert des Widerstandes R ist der Leitwert G. Der Leitwert wird in S (Siemens) angegeben, wenn R in Ω angegeben ist.

$$G = \frac{1}{R}\ [S].$$

Der Widerstand R eines Leiters ist neben dem spezifischen Widerstand ϱ des verwendeten Leitermaterials abhängig von der Länge l des Leiters und dem verwendeten Leiterquerschnitt q.

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{q} = \frac{l}{\varkappa \cdot q}\ [\Omega];$$

ϱ = spezifischer Widerstand in $\Omega \cdot mm^2/m$, $\varkappa$ = spezifische Leitfähigkeit in $m/\Omega \cdot mm^2$, l = Länge des Leiters in m, q = Querschnitt des Leiters in mm².

Umwandlungen:

$$\varrho = \frac{1}{\varkappa} = \frac{R \cdot q}{l}\ [\Omega \cdot mm^2/m],$$

$$q = \frac{\varrho \cdot l}{R}\ [mm^2],$$

$$l = \frac{R \cdot q}{\varrho}\ [m].$$

Bei der Berechnung eines Leiterwiderstandes ist zu beachten, daß sich die Leiterlänge l aus der Hin- und der Rückleitung für den elektrischen Strom in einem Stromkreis ergibt.
Der elektrische Widerstand eines Leiters ist in der Regel temperaturabhängig. Durch den Einfluß einer Temperaturänderung ändert sich der Widerstandswert wie folgt:

$$R = R_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t) \; [\Omega];$$

R = Widerstand bei der Meßtemperatur in Ω, R_0 = Widerstand bei t_0 = 20 °C in Ω, α = Temperaturkoeffizient des verwendeten Leitermaterials in 1/°C, Δt = Temperaturdifferenz zwischen t_0 und $t_{meß}$ in °C.
Kann durch Messungen R, R_0 und Δt bestimmt werden, so ergibt sich der Temperaturkoeffizient zu

$$\alpha = \frac{R - R_0}{R_0 \cdot \Delta t} \; [1/°C].$$

Tabelle 2 gibt für einige Materialien die Werte von ρ, κ und α an.

Tabelle 2
Spezifischer Widerstand ρ, spezifische Leitfähigkeit κ und Temperaturkoeffizient α einiger Materialien

	$\varrho \cdot 10^{-3} \left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}\right]$	$\varkappa \left[\frac{m}{\Omega \cdot mm^2}\right]$	α [1/°C]
Aluminium	29	34,8	0,0037
Eisen	130	7,5	0,0048
Konstantan	500	2,0	—0,000005
Kupfer	17,8	57,0	0,0039
Magnesium	44	22,7	0,00002
Messing	75	13,35	0,0015
Nickelin	400	2,5	0,0002
Platin	100	10,0	0,0038
Quecksilber	958	1,05	0,0009
Silber	16,5	62,5	0,0036

Widerstände können hintereinander (Reihenschaltung) oder parallel (Parallelschaltung) geschaltet werden. Bei

der Reihenschaltung addieren sich die Widerstandsbeträge, bei der Parallelschaltung addieren sich die Beträge der Leitwerte.

Reihenschaltung:

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n .$$

Parallelschaltung:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n} \text{ bzw.}$$

$$G_{ges} = G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_n .$$

Für zwei parallele Widerstände gilt

$$R_{ges} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} .$$

Um den Gleichspannungsabfall an einer Eisendrossel oder einer Magnetspule berechnen zu können, muß der

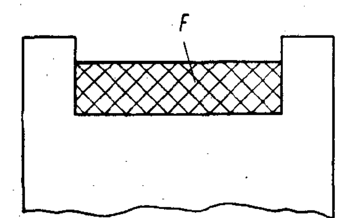


Bild 1

Gleichstromwiderstand der Wicklung bekannt sein. Diesen Spulenwiderstand R_s erhält man nach folgender Formel

$$R_s = \frac{\varrho \cdot w \cdot l_m}{q} = \frac{\varrho \cdot w^2 \cdot l_m}{k \cdot F} \quad [\Omega],$$

$$(w \cdot q = k \cdot F);$$

w = Windungszahl, l_m = mittlere Länge einer Spulenwindung in m, k = Füllfaktor (zwischen 0,1 und 0,7), F = Querschnittsfläche der Wicklung in mm² (Bild 1), q = Drahtquerschnitt in mm².

2.2 Der Kondensator

Einheit der Kapazität

1 Farad ist die Kapazität eines Kondensators, der durch

die Elektrizitätsmenge von 1 Coulomb (1 As) auf einen Potentialunterschied von 1 V aufgeladen wird.

$$C = \frac{Q}{U} \text{ [F]};$$

C = Kapazität in F, Q = Elektrizitätsmenge in As, U = Spannung in V.

In der Praxis verwendet man wesentlich kleinere Einheiten der Kapazität.

10^{-6} F = 1 Mikrofarad = 1 µF,
10^{-9} F = 1 Nanofarad = 1 nF,
10^{-12} F = 1 Pikofarad = 1 pF,
1 µF = 10^6 pF, 1 nF = 10^3 pF.

Zwischen den beiden Kondensatorplatten tritt eine Feldstärke E auf von der Größe

$$E = \frac{U}{a} \text{ [V/cm]};$$

U = Spannung in V, a = Plattenabstand in cm.

Da beide Kondensatorplatten entgegengesetzte Ladungen besitzen, ziehen sie sich mit der Kraft P an. Diese errechnet sich zu

$$P = \frac{C\,U^2}{2a} = 10{,}2 \cdot Q \cdot E \text{ [kp]};$$

1 Ws = 10,2 kpm.

$$U = \sqrt{\frac{2a \cdot P}{C}} \text{ [V]}.$$

Die im Kondensator gespeicherte Energie ist

$$W_e = \frac{C \cdot U^2}{2} \text{ [Ws]}, \qquad U = \sqrt{\frac{2\,W_e}{C}} \text{ [V]}$$

(C in F, U in V)

Wird ein Kondensator mit einer Gleichspannung aufgeladen oder entlädt sich ein aufgeladener Kondensator, dann fließt während dieser Zeit ein veränderlicher Strom. Für den Momentanwert dieses Stromes gilt

$$i_c = C\,\frac{du_c}{dt} \approx C\,\frac{\Delta U_c}{\Delta t}.$$

Diese Feststellung ist für die Praxis sehr wichtig, da sie zum Ausdruck bringt, daß die Spannung am Kondensator nicht augenblicklich den Wert der Ladespannung erreicht. Ebenso wird bei der Entladung der Wert Null erst allmählich erreicht. Der technische Kondensator ist stets mit Verlusten behaftet, die man sich in Form eines Ohmschen Widerstandes in Reihe oder parallel zum Kondensator geschaltet vorstellen kann. Befindet sich ein Widerstand R_v in Reihe mit einem verlustlosen Kondensator, so hat man bei der Aufladung auf die Spannung U folgende Verhältnisse (Bild 2):

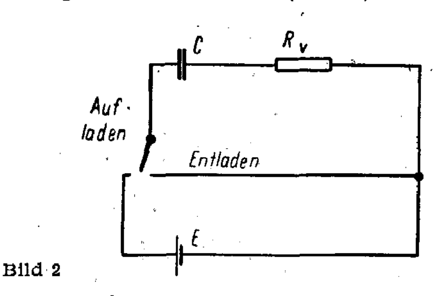


Bild 2

Aufladung: $$i_{auf} = \frac{E}{R_V} \cdot e^{-\frac{t}{C \cdot R_V}} \text{ [A]},$$

$$u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{C \cdot R_V}}\right) \text{ [V]}.$$

(E in V)

Die Größe $C \cdot R_v$ hat die Dimension einer Zeit, denn As/V · V/A = s, man bezeichnet sie als die Zeitkonstante τ (τ sprich „tau"). Die Zeitkonstante τ gibt an, wie schnell eine Auf- bzw. Entladung erfolgt.

$$\tau = C \cdot R_v \text{ [s]};$$

C = Kapazität in µF, R_v = Widerstand in MΩ.

Entladung:

$$i_{ent} = \frac{E}{R_V} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ [A]},$$

$$u_C = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ [V]}.$$

Nach der sogenannten Halbwertszeit $t_H \approx 0{,}7\,\tau$ hat die Spannung bzw. der Strom den halben Maximalwert erreicht. In der Praxis sind sehr viele Schaltungskombinationen bekannt geworden, deren Eigenschaften durch die Zeitkonstante beurteilt werden können, z. B. die Regelspannungsverzögerung, die Impulstechnik usw.
Differentiierglied (Bild 3):

$$\tau = R \cdot C \ll \frac{0{,}159}{f}\,[s].$$

Bild 3

Bild 4

Integrierglied (Bild 4):

$$\tau = R \cdot C \gg \frac{0{,}159}{f}\,[s];$$

f = Frequenz in Hz.

Bei der Berechnung von Kondensatoren tritt die Dielektrizitätskonstante ε_r auf. Diese Dielektrizitätskonstante ist für die hier auftretenden Betrachtungen eine Materialkonstante der Nichtleiter. In Tabelle 3 sind einige Werte angegeben. Für den freien Raum (Vakuum) gilt als Dielektrizitätskonstante

$$\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12}\,\text{F/m} = 8{,}86\,\text{pF/m}.$$

Für Luft ist ε_r gleich eins ($\varepsilon_r = 1$)

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r\,[\text{F/m}].$$

Tabelle 3

Dielektrizitätskonstante ε_r verschiedener Materialien

	ε_r		ε_r
Glas	5 bis 10	Öl	2
Glimmer	5 bis 10	Papier	2,3
Holz	3	Porzellan	5
Keramik	2000 bis 3000	Wasser	80

Berechnung von Kapazitäten.

Die Kapazität eines ebenen Zweiplatten-Kondensators

$$C = \frac{\varepsilon \cdot F}{a} = 0{,}0886 \frac{\varepsilon_r \cdot F}{a} \text{ [pF]};$$

F = Plattengröße in cm^2, a = Plattenabstand in cm; bei n Platten ist die Kapazität

$$C = (n-1) \frac{\varepsilon \cdot F}{a} = 0{,}0886 (n-1) \frac{\varepsilon_r \cdot F}{a} \text{ [pF]};$$

n = Anzahl der Platten.

Für den Mehrschichten-Kondensator gilt

$$C = \frac{0{,}0886 \cdot F}{\frac{a_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{a_2}{\varepsilon_{r2}} + \ldots + \frac{a_n}{\varepsilon_{rn}}} \text{ [pF]}$$

Koaxialkabel (Bild 5)

$$C = \frac{0{,}242 \cdot \varepsilon_r \cdot l}{\lg \frac{D}{d}} \text{ [pF]},$$

l = Kabellänge in cm, D = Innendurchmesser des Außenleiters in cm, d = Außendurchmesser des Innenleiters in cm, lg = Briggscher Logarithmus.

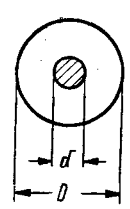
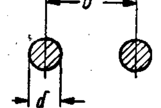


Bild 5



Doppelleitung (Bild 5)

$$C \approx \frac{0{,}121 \cdot \varepsilon_r \cdot l}{\lg \frac{d}{r}} \text{ [pF]};$$

l = Leitungslänge in cm, d = Leiterabstand in cm, r = Leiterradius in cm.

Durchführung

$$C = \frac{0{,}241 \cdot \varepsilon_r \cdot l}{\lg \frac{2d}{D}} \text{ [pF]},$$

$\ll D$ d;

l = Länge in cm, d = Lochdurchmesser in cm, D = Leiterdurchmesser in cm.

Gerader Draht, parallel zur Erde

$$C = \frac{0{,}241 \cdot \varepsilon_r \cdot l}{\lg \frac{4h}{D}} \text{ [pF]},$$

gültig für $l > h > D$;

l = Drahtlänge in cm, h = Höhe über der Erde in cm, D = Drahtdurchmesser in cm.

Kapazitätsgerader Drehkondensator

Die Kapazität C nimmt linear mit dem Drehwinkel α zu.

Maximalkapazität:

$$C_{max} = \frac{0{,}139\,(n-1)\,\varepsilon_r \cdot (R^2 - r^2)}{d} \text{ [pF]}.$$

Kapazität bei Drehwinkel α:

$$C = (C_{max} - C_{min}) \frac{\alpha}{\pi} + C_{min};$$

n = Anzahl der Stator- und Rotorplatten, R = Außenradius der Rotorplatte in cm, r = Innenradius der Statorplatte in cm, d = Plattenabstand in cm, α = Drehwinkel im Bogenmaß.

Wellengerader Drehkondensator

Die Wellenlänge λ nimmt linear mit dem Drehwinkel α zu.

Maximalkapazität:

$$C_{max} = \frac{0{,}0695\,(n-1)\,\varepsilon_r \cdot (R^2_{max} - r^2)}{d}\ [pF].$$

Kapazität bei Drehwinkel α:

$$C = (2\sqrt{C_{max} \cdot C_{min}} - C_{min})\,\frac{\alpha}{\pi} + \left(\sqrt{C_{max}} - \sqrt{C_{min}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + C_{min}.$$

Randkurve:

$$R = \sqrt{(R^2_{max} - r^2)\,\frac{\alpha}{\pi} + r^2}\ [cm].$$

Logarithmischer Drehkondensator

Die Kapazität nimmt logarithmisch mit dem Drehwinkel α zu.

Maximalkapazität:

$$C_{max} = \frac{0{,}0695\,(n-1)\,\varepsilon_r \cdot (R^2_{max} - r^2)\left(1 - \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)}{d \cdot \ln \frac{C_{max}}{C_{min}}}\ [pF].$$

Randkurve:

$$R = \sqrt{(R^2_{max} - r^2)\left(\frac{C_{max}}{C_{min}}\right)^{\frac{\alpha - \pi}{\pi}} + r^2}\ [cm].$$

Schaltung von Kondensatoren

Parallelschaltung (Bild 6)

$$C_{ges} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n,$$

bei zwei Kondensatoren parallel

$$C_{ges} = C_1 + C_2.$$

Reihenschaltung (Bild 7)

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_n},$$

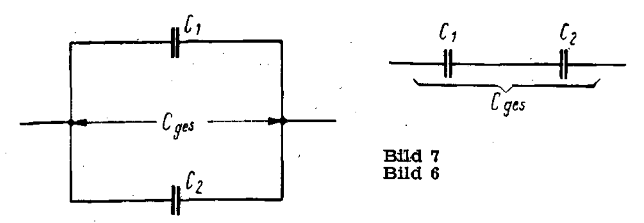


Bild 7
Bild 6

bei zwei Kondensatoren in Reihe

$$C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}.$$

2.3 Die Spule

Einheit der Induktivität

1 H (Henry) ist die Induktivität einer Spule, in der bei einer Stromänderung von 1 A in einer Sekunde die Spannung 1V induziert wird.

Die Einheit der Induktivität ist das Henry. Für die Anwendung in der HF-Technik verwendet man folgende kleinere Einheiten

1 mH = 1 Millihenry = 10^{-3} H,
1 µH = 1 Mikrohenry = 10^{-6} H.

Weniger gebräuchlich ist aus dem absoluten Maßsystem für die Induktivität die Einheit cm, die heute als nH (Nanohenry) bezeichnet wird.

1 cm = 1 nH = 10^{-3} µH = 10^{-6} mH = 10^{-9} H.

Als Bemessungsgleichung für die Induktivität gilt

$$L = \frac{w^2}{R_m} \text{ [H]}.$$

Die Induktivität ist damit abhängig einmal vom Quadrat der Windungszahl w und dem magnetischen Widerstand R_m.

$$R_m = \frac{l}{\mu \cdot q} \text{ [1/H]};$$

l = Länge des Kraftlinienweges in cm, µ = absolute Permeabilität in H/cm, q = Querschnitt des Kraftlinienweges in cm².

In der Technik ist heute der reziproke Wert von R_m üblich, er wird als „A_l-Wert" bezeichnet und bedeutet die Induktivität einer einzigen Windung. Der A_l-Wert wird von den Herstellern magnetischer Materialien in den Prospekten angegeben.

$$A_l = \frac{\mu \cdot q}{l} \text{ [H]}.$$

Die absolute Permeabilität μ ist keine Konstante, sondern von dem verwendeten magnetischen Material abhängig. Da für magnetische Materialien die relative Permeabilität μ_{rel} angegeben wird, erhält man die absolute Permeabilität μ zu

$$\mu = \mu_o \cdot \mu_{rel} \text{ [H/cm]},$$
$$\mu_o = 1{,}256 \cdot 10^{-8} \text{ H/cm} \approx 0{,}4\,\pi \cdot 10^{-8} \text{ H/cm}.$$

Mit μ_o bezeichnet man die Permeabilität des Vakuums. Die relative Permeabilität μ_{rel} ist eine dimensionslose Zahl.

Die beim Aufbau eines Magnetfeldes in diesem gespeicherte Energie beträgt

$$W_m = \frac{L \cdot I^2}{2} \text{ [Ws]};$$

L = Induktivität in H, I = Strom in A.

Die induzierte Spannung in einer Spule mit w Windungen ist

$$E_{ind} = -w \cdot \frac{d\,\Phi}{dt} = -L \cdot \frac{di}{dt}.$$

Da die in einem Stromkreis vorhandene Induktivität dem Strom bestimmte Trägheitseigenschaften verleiht, treten beim An- bzw. Abschalten einer Induktivität ähnliche Verhältnisse auf wie beim Kondensator (Bild 8). Ist $R_i \ll R_L$, so kann praktisch nur mit R_L gerechnet werden.

Einschalten:

$$i = \frac{E}{R_i + R_L}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) \text{ [A]}$$

R_i = Innenwiderstand in Ω, R_L = Spulenwiderstand in Ω, E = Spannung in V, t = Zeit in s, τ_L = Zeitkonstante in s, L = Induktivität in H.

Zeitkonstante

$$\tau_L = \frac{L}{R}, \text{ hier}$$

$$\tau_L = \frac{L}{R_i + R_L} \text{ [s]}.$$

Ausschalten: In Bild 8 den Schalter S öffnen und den Schalter k schließen

$$i = \frac{E}{R_L} \cdot e^{-\frac{t}{\tau K}} \text{ [A]}$$

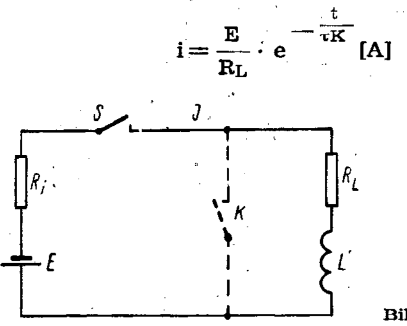


Bild 8

Zeitkonstante

$$\tau_k = \frac{L}{R_L} \text{ [s]},$$

Halbwertszeit

$$t_H = 0{,}7\,\tau \text{ [s]}.$$

(E in V, R in Ω, L in H)

Schaltung von Induktivitäten

a) Induktivitäten ohne gegenseitige magnetische Beeinflussung

Reihenschaltung (Bild 9)

$$L_{ges} = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots + L_n.$$

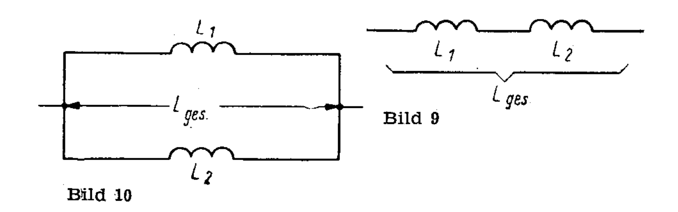


Bild 10

Bild 9

Parallelschaltung (Bild 10)

$$\frac{1}{L_{ges}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \ldots + \frac{1}{L_n};$$

für zwei Spulen

$$L_{ges} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}.$$

b) Induktivitäten mit gegenseitiger magnetischer Beeinflussung

Reihenschaltung (Bild 11) mit zwei Spulen

$$L = L_1 + L_2 \pm 2\,M;$$

M = Gegeninduktivität in H.

Parallelschaltung mit zwei Spulen

$$L = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \pm 2\,M}.$$

Das Pluszeichen gilt für gleichgerichtete magnetische Felder, das Minuszeichen für entgegengesetzt gerichtete magnetische Felder. Die Gegeninduktivität M ergibt sich zu

$$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}.$$

Mit k bezeichnet man den Kopplungsfaktor, der stets < 1 ist. Die Bestimmung des Kopplungsfaktors k kann man nach Bild 11 vornehmen.

$$L_{min} = L'' = L_1 + L_2 - 2\,M,$$
$$L_{max} = L' = L_1 + L_2 - 2\,M,$$

$$M = \frac{L' - L''}{4}$$

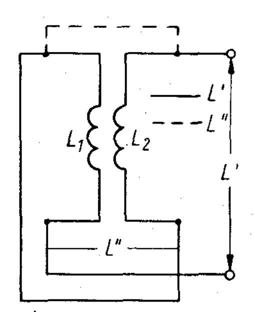



Bild 11

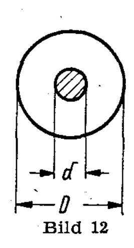


Bild 12

$$k = \frac{L' - L''}{4 \cdot L_1 \cdot L_2}$$

Berechnung von Induktivitäten

Induktivität eines Leiters gegen Erde:

$$L = 2l \cdot \ln\left(\frac{2h}{r}\right) \cdot 10^{-3}\ [\mu H];$$

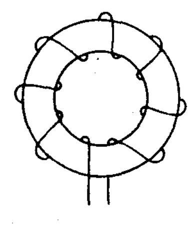
l = Länge des Leiters in cm, h = Höhe über Erde in cm, r = Drahtradius in cm, ln = natürlicher Logarithmus.

Induktivität eines konzentrischen Kabels (Bild 12):

$$L = 2l \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right) \cdot 10^{-3}\ [\mu H];$$

D = Durchmesser des Außenleiters in cm, d = Durchmesser des Innenleiters in cm.

Induktivität einer Ringspule (Bild 13):


Bild 13

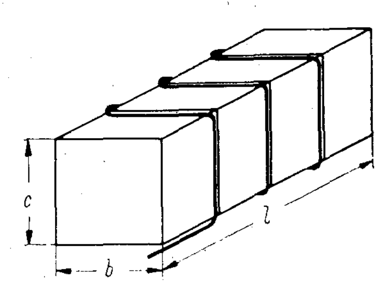


Bild 14

$$L = 4\pi \cdot \mu \cdot F \cdot \frac{w^2}{l} \cdot 10^{-3}\ [\mu H];$$

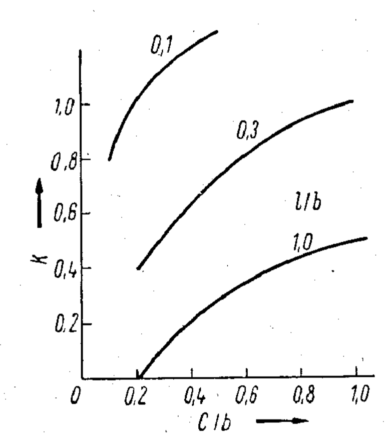
w = Windungszahl, μ = absolute Permeabilität des verwendeten magnetischen Materials, F = von Kraftlinien durchsetzte Fläche in cm^2, l = mittlerer Kraftlinienweg in cm.

Induktivität einer Spule bei rechteckigem Spulenquerschnitt (Bild 14):

$$L = 8\,(b + c) \cdot w^2 \cdot k \cdot 10^{-3}\ [\mu H];$$

c = Höhe in cm, b = Breite in cm, l = Länge in cm, k = Faktor (Bild 15).

Bild 15



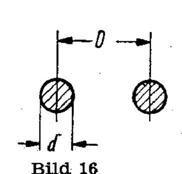


Bild 16

Induktivität einer Doppelleitung (Bild 16):

$$L = 41 \cdot \ln\left(\frac{2\,D}{d}\right) \cdot 10^{-3}\ [\mu H];$$

D = Leiterabstand in cm, d = Leiterdmr. in cm.

Induktivität der einlagigen Zylinderspule (Bild 17):

$$L = \frac{w^2 \cdot D^2}{100\,l + 45\,D}\ [\mu H],$$

gültig für $l > 0{,}3\,D$;

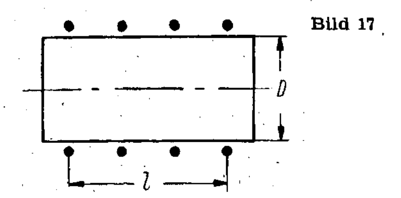


Bild 17

l = Spulenlänge in cm, D = Spulendurchmesser in cm.
Induktivität von Massekernspulen (HF-Eisenkernspulen):

$$L = A_l \cdot w^2 \; [\mu H];$$

A_l = A_l-Wert in μH.
Umformungen:

$$w = \sqrt{\frac{L}{A_l}}, \qquad A_l = \frac{L}{w^2}$$

An Stelle des A_l-Wertes wird in Spulentabellen oft noch der Kernfaktor K angegeben. Zwischen dem A_l-Wert und dem Kernfaktor besteht folgende Beziehung

$$A_l = \frac{1}{K^2} \qquad K = \sqrt{\frac{1}{A_l}}$$

Kennt man von einem HF-Eisenkern den Kernfaktor oder A_l-Wert nicht, so wickelt man die Spule mit 100 Windungen und mißt die Induktivität in μH. Mit Hilfe folgender Formel kann man dann den Kernfaktor bestimmen:

$$K = \frac{100}{\sqrt{L}}$$

L = gemessene Induktivität in μH.

Tabelle 4
Kennwerte einiger Kernmaterialien

	A_l 10^{-3} μH	K μH
Hescho Ferrit-Schalenkern		
mit Luftspalt 0 mm	1000 ± 250	
0,2 mm	180 ± 9	

	A_l 10^{-3} µH	K µH
mit Luftspalt 0,3 mm	143 ± 3,5	
0,5 mm	100 ± 2,5	
1,0 mm	63 ± 1,5	
2,0 mm	40 ± 1,0	
Hescho Dosenkern mit Drehabgleich,		
Ausführung 1, HF K/7s 6264	250	
6274	210	
6284	410	
6292	680	
Teltow Schalenkern mit Schraubabgleich, A_l-Wert ist auf Körper aufgedruckt		
Beispiel: 365 $A_l = 36{,}5 \cdot 10^{-3}$ µH		
Siemens-Haspelkern	42	4,86
Siemens-H-Kern	54	4,3
Görler F 272	35	5,35
Dralowid-Würfelspule	31,5	5,63
Dralowid-Topfkern	55,5	4,25
Dralowid-Garnrolle	38	5,12

Beispiel 7

Ein Widerstand von R = 100 Ohm soll aus Konstantandraht mit einem Querschnitt von q = 1 mm² hergestellt werden. Wieviel Meter Konstantandraht werden dafür benötigt?

Nach Tabelle 2 erhält man für Konstantan $\varrho = 0{,}5 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$

$$\text{bzw. } \varkappa = 2 \frac{m}{\Omega \cdot mm^2}$$

$$l = \frac{R \cdot q}{\varrho} = \frac{1000 \cdot 1}{5} = 200 \text{ m},$$

$$l = R \cdot \varkappa \cdot q = 100 \cdot 2 \cdot 1 = 200 \text{ m}.$$

Beispiel 8

Der Widerstand der Spule eines Elektromagneten beträgt R_0 = 5000 Ohm bei Zimmertemperatur. Nach ein-

stündigem Betrieb wurde eine Widerstandszunahme auf R = 5780 Ohm festgestellt. Die Temperatur der Spule betrug dabei 60 °C. Aus welchem Material besteht der Spulendraht?

$$a = \frac{R - R_0}{R_0 \cdot \Delta t} = \frac{5780 - 5000}{5000 \cdot 40} = \frac{780}{2 \cdot 10^5}$$

$$= 390 \cdot 10^{-5} = 0{,}0039 \ 1/°C$$

Nach Tabelle 2 ist der Spulendraht aus Kupfer.

Beispiel 9

Zwei Widerstände ergeben in Parallelschaltung 100 Ohm, in Reihenschaltung dagegen 800 Ohm. Wie groß sind die beiden Einzelwiderstände?

a) $R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

b) $R_r = R_1 + R_2$,

c) $R_1 = R_r - R_2$.

Gleichung c) in Gleichung a) eingesetzt, ergibt

$$R_p = \frac{(R_r - R_2)\, R_2}{(R_r - R_2) + R_2} = \frac{(R_r - R_2)\, R_2}{R_r}$$

Man erhält die quadratische Gleichung

$$R_2^2 - R_r \cdot R_2 + R_p \cdot R_r = 0,$$

$$R_2 = \frac{R_r}{2} \pm \sqrt{\frac{R_r^2}{4} - R_p \cdot R_r},$$

$$R_2 = \frac{800}{2} \pm \sqrt{\frac{800^2}{4} - 100 \cdot 800} = 683\ \Omega,$$

$$R_1 = R_r - R_2 = 800 - 683 = 117\ \Omega.$$

Beispiel 10

Ein Kondensator von 8 μF wird als Ladekapazität in einem Netzgerät verwendet und auf eine Spannung von 500 V aufgeladen. Parallel zu ihm liegt ein Spannungs-

messer, dessen Innenwiderstand sehr groß ist, gegen den Verlustwiderstand des Kondensators. Es wird nun die Gleichspannung vom Kondensator entfernt, so daß er sich entlädt. Nach 50 s ist eine Spannung von 250 V erreicht. Wie groß ist der Verlustwiderstand des Kondensators?

Da die Spannung auf den halben Maximalwert gesunken ist, beträgt die Halbwertszeit $t_H = 50$ s,

$$t_H = 0{,}7\,\tau, \qquad \tau = \frac{t_H}{0{,}7} = \frac{50}{0{,}7} = 71{,}5 \text{ s},$$

$$\text{somit ist } R = \frac{\tau}{C} = \frac{71{,}5}{8} = 9\,\text{M}\Omega$$

Beispiel 11

Der Einfachheit halber wird vielfach ein geladener Kondensator mit einem Draht durch Kurzschließen entladen. Die hierbei auftretenden Ströme können besonders bei höheren Ladespannungen den Kondensator zerstören. Der Kondensator der vorigen Aufgabe werde z. B. mit einem Draht entladen, dessen Widerstand 0,05 Ohm beträgt. Wie groß ist der Strom im Augenblick der Entladung und die dabei auftretende Leistung?

$$I_{ent} = \frac{E}{R_{ent}} = \frac{500}{0{,}05} = 10\,000 \text{ A}$$

$$N = I^2 \cdot R = 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot 10^6 \text{ W} = 5 \text{ MW}.$$

Beispiel 12

Durch ein Versehen hat ein Plattenkondensator von der Fläche $F = 10$ cm² zusätzlich einen Luftspalt von 0,01 cm bekommen. Das Dielektrikum mit $\varepsilon_r = 4$ von 0,1 cm Stärke füllt sonst den ganzen Raum aus. Wie groß ist die Kapazität des Kondensators mit dem zusätzlichen Luftspalt und wie groß ist sie, wenn kein zusätzlicher Luftspalt vorhanden ist?

$$C = \frac{0{,}0886 \cdot 10}{\frac{0{,}01}{1} + \frac{0{,}1}{4}} = 25 \text{ pF},$$

$$C = \frac{0{,}0886 \cdot 4 \cdot 10}{0{,}1} = 35{,}5 \text{ pF}.$$

Beispiel 13

Zwei Spulen befinden sich in einem Schalenkern und sollen in Verbindung mit einer Schwingkreiskapazität als Antenneneingangskreis dienen. Die Induktivitäten betragen $L_1 = 100\ \mu H$, $L_2 = 6\ \mu H$, $L_{max} = 130\mu H$ und $L_{min} = 110\ \mu H$. Wie groß ist der Kopplungsfaktor?

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} = \frac{L' - L''}{4\sqrt{L_1 \cdot L_2}} = \frac{130 - 110}{4 \cdot \sqrt{100 \cdot 6}} = 0{,}204.$$

Beispiel 14

Ein Draht hat einen Durchmesser von 1 mm und befindet sich 5 m parallel verlaufend über der Erde. Wie groß ist seine Induktivität, wenn die Drahtlänge $l = 10$ m beträgt?

$$L = 2 \cdot l \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot h}{r}\right) 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3} \ln \frac{10^3}{5 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^{-3}$$

$$= 2 \cdot \ln 5 \cdot 10^4 = 22\ \mu H.$$

Beispiel 15

Es soll eine Induktivität von $L = 200\ \mu H$ mit einem Schalenkern mit dem A_l-Wert von $A_l = 36{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mu H$ hergestellt werden. Wieviel Windungen werden benötigt?

$$w = \sqrt{\frac{L}{A_l}} = \sqrt{\frac{200}{36{,}5 \cdot 10^{-3}}} = 10\sqrt{55} \approx 74\ \text{Wdg.}$$

Beispiel 16

Welche Kapazität bildet ein Schaltdraht von 10 cm Länge, der in einem Abstand von 0,5 cm vom Chassis verläuft? Der Drahtdurchmesser beträgt $D = 0{,}5$ mm.

$$C = \frac{0{,}24 \cdot \varepsilon_r \cdot l}{\log \frac{4 \cdot h}{D}} = \frac{0{,}24 \cdot 1 \cdot 10}{\log \frac{4 \cdot 0{,}5}{5 \cdot 10^{-2}}} = 1{,}5\ \text{pF}$$

Beispiel 17

Wie groß ist die maximale Kapazität eines kapazitätsgeraden Drehkondensators mit zwei Stator- und einer Rotorplatte, wenn der Außendurchmesser der Platte $R = 1{,}5$ cm und der Innendurchmesser $r = 0{,}3$ cm be-

trägt? Der Plattenabstand d soll 0,4 cm und die Anfangskapazität $C_{min} = 1$ pF betragen.

$$C_{max} = \frac{0{,}139\,(n-1)\,\varepsilon_r \cdot (R^2 - r^2)}{d} + C_{min}$$

$$= \frac{0{,}139\,(3-1)\,1\,(2{,}25 - 0{,}09)}{0{,}4} + 1 = 2{,}5 \text{ pF}.$$

3. DER GLEICHSTROMKREIS

3.1 Grundbegriffe

Die Zusammenhänge zwischen Spannung U, Strom I und Widerstand R sind durch das Ohmsche Gesetz gegeben.

$$U = I \cdot R \text{ [V]}, \qquad I = \frac{U}{R} \text{ [A]}, \qquad R = \frac{U}{I} \text{ [}\Omega\text{]}.$$

U = Spannung in V, I = Strom in A, R = Widerstand in Ω. Die Dimensionen gelten auch für die folgenden Ableitungen.

Einheit der Spannung

1 V ist diejenige Spannung, die durch einen Widerstand von 1 Ohm einen Strom von 1 A fließen läßt. Als Gebrauchsnormal verwendet man ein Normalelement (Weston-Element), das bei 20 °C eine Spannung von 1,0183 V abgibt.

1 mV	= 1 Millivolt	= 10^{-3} V,
1 µV	= 1 Mikrovolt	= 10^{-6} V,
1 kV	= 1 Kilovolt	= 10^{3} V,
1 MV	= 1 Megvolt	= 10^{6} V.

Einheit der Stromstärke

1 A ist diejenige Stromstärke, die beim Durchfließen

einer wäßrigen Silbernitratlösung in 1 s 1,118 mg Silber ausscheidet.

$$1\ \text{mA} = 1\ \text{Milliampere} = 10^{-3}\ \text{A},$$
$$1\ \mu\text{A} = 1\ \text{Mikroampere} = 10^{-6}\ \text{A},$$
$$1\ \text{kA} = 1\ \text{Kiloampere} = 10^{3}\ \text{A}.$$

Elektrische Arbeit

$$A = U \cdot I \cdot t\ [\text{Ws}],$$
$$A = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t\ [\text{Ws}],$$

3600 Ws = 1 Wh (Wattstunde), $36 \cdot 10^5$ Ws = 1 kWh.

Elektrische Leistung

Wird vorige Gleichung durch t dividiert, so erhält man die elektrische Leistung N.

Die Einheit der Leistung ist das Watt.

$$1\ \text{mW} = 1\ \text{Milliwatt} = 10^{-3}\ \text{W},$$
$$1\ \mu\text{W} = 1\ \text{Mikrowatt} = 10^{-6}\ \text{W},$$
$$1\ \text{kW} = 1\ \text{Kilowatt} = 10^{3}\ \text{W},$$
$$1\ \text{MW} = 1\ \text{Megawatt} = 10^{6}\ \text{W},$$
$$N = U \cdot I\ [\text{W}].$$

Umformungen:

$$N = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R},$$

$$U = \frac{N}{I} = \sqrt{N \cdot R}, \qquad I = \frac{N}{U} \sqrt{\frac{N}{R}},$$

$$R = \frac{N}{I^2} = \frac{U^2}{N}.$$

3.2 Der geschlossene und der verzweigte Stromkreis

Für den Strom in Bild 18 gilt

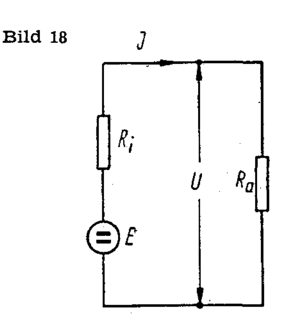
$$I = \frac{E}{R_i + R_a}.$$

Die Spannung U wird als Klemmenspannung bezeichnet.

$$U = E - I \cdot R_i = I \cdot R_a.$$

Je nach Größe des Widerstandes R_a treten die verschiedensten Belastungsfälle auf, z. B.

Bild 18



a) Kurzschluß ($R_a = 0$)

Kurzschlußstromstärke $I_k = I_{max} = \frac{E}{R_i}$,
$U = U_{min} = 0$.

b) Leerlauf ($R_a = \infty$)

Leerlaufspannung $U_l = U_{max} = E$,
$I = I_{min} = 0$.

c) Anpassung ($R_a = R_i$)

$$I = \frac{I_k}{2}, \qquad U = \frac{U_l}{2}$$

$$N = \frac{U_l \cdot I_k}{4}.$$

Bei Anpassung wird eine maximale Leistung abgegeben.

Nach Bild 19 kann der Widerstand R_a aufgeteilt werden.

a) Spannungsteiler

Nach der Spannungsteilerregel sind die Spannungsabfälle proportional den Widerständen

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

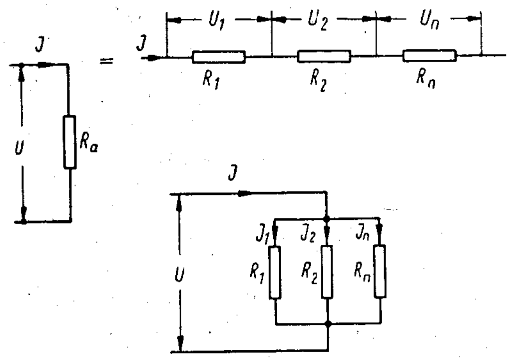


Bild 19

Für Bild 20 gilt

$$\frac{U}{U_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2},$$

$$U_2 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \qquad U_1 = U \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

b) Stromteiler
Der Stromteiler besteht aus parallelgeschalteten Widerständen (Bild 21). Dabei verhalten sich die Ströme wie die Leitwerte oder umgekehrt wie die Widerstände.

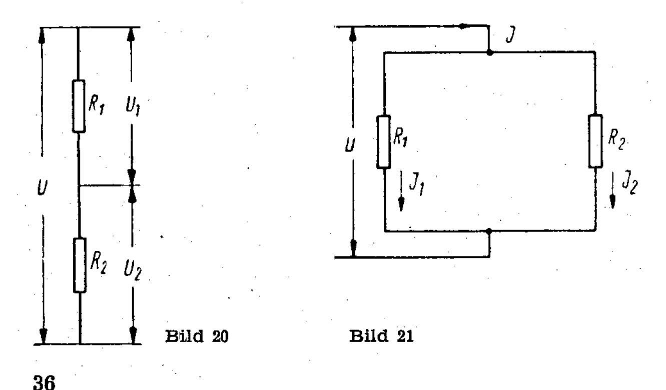


Bild 20 Bild 21

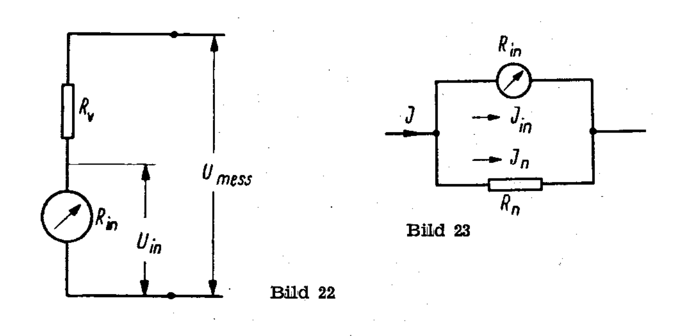


Bild 22

Bild 23

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1}{G_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$I_1 = I\,\frac{R_2}{R_1 + R_2}\,, \qquad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\,.$$

Anwendung zur Meßbereicherweiterung von Instrumenten:

a) Spannungsmesser (Bild 22)

Zur Bereichserweiterung ist ein Vorwiderstand notwendig.

$$U_{in} = U_{mess}\,\frac{R_{in}}{R_v + R_{in}}\,,$$

$$R_v = R_{in}\left(\frac{U_{mess}}{U_{in}} - 1\right), \quad \frac{U_{mess}}{U_{in}} = n,$$

$$R_v = R_{in}\,(n - 1)\,,$$

n = Vervielfachungsfaktor für den kleinsten Spannungsmeßbereich.

b) Strommesser (Bild 23)

Zur Bereichserweiterung ist ein Nebenwiderstand (Shunt) notwendig.

$$\frac{I_n}{I_{in}} = \frac{R_{in}}{R_n}\,, \qquad I_{in} = I\,\frac{R_n}{R_{in} + R_n}\,,$$

$$R_n = \frac{R_{in}}{\left(\frac{I}{I_{in}} - 1\right)}, \qquad \frac{I}{I_{in}} = n$$

$$R_n = \frac{R_{in}}{(n - 1)},$$

n = Vervielfachungsfaktor für den kleinsten Strommeßbereich.

Bestimmung des Instrumenten-Innenwiderstandes (Bild 24):

Das Instrument wird auf Vollausschlag eingestellt, dann wird der veränderliche Widerstand R hinzu-

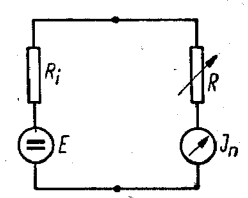


Bild 24

geschaltet und das Instrument auf den halben Zeigerausschlag eingestellt. Dabei ist

$$R = R_{in}.$$

Der Drehwiderstand R sollte zweckmäßig geeicht sein. Als Bedingung gilt, daß $R_{in.} + R \gg R_i$ ist.

Nach dem gleichen Prinzip erfolgt die Widerstandsbestimmung durch eine Spannungsmessung. An die Stelle des Widerstandes R tritt dabei der unbekannte Widerstand R_x. Bekannt sein muß die Klemmenspannung U, der Instrumenten-Innenwiderstand $R_{in.}$ und der Spannungsabfall $U_{in.}$ über dem Instrument bei eingeschaltetem R_x. Dann ist

$$R_x = R_{in}\left(\frac{U}{U_{in}} - 1\right) [\Omega].$$

(R in Ω)

Bei konstanter Klemmenspannung U kann die Skala des Meßwerkes direkt in Ohmwerten geeicht werden.

Die Berechnung von Spannungen und Strömen in vermaschten Stromkreisen kann sehr umfangreich werden. Da aber vielfach nur eine Größe ermittelt werden soll,

eignet sich, zur Berechnung die Zweipoltheorie besonders. Grundsätzlich genügen zur Berechnung verzweigter Stromkreise die Kirchhoffschen Gesetze, aber mit Hilfe der Zweipoltheorie gelangt man oft auf Grund der Vereinfachungen schneller zur Lösung der Aufgabe. Zuvor seien noch einige Grundgesetze angegeben.

Das 1. Kirchhoffsche Gesetz

Die Summe der einem Stromknoten zufließenden Ströme ist gleich der Summe der abfließenden Ströme. Als Beispiel sollen in einem Stromkreis zwei parallelgeschaltete Widerstände gelten, bei denen der zufließende Strom I gleich der Summe der beiden Ströme durch die beiden Widerstände ist (vergleiche Bild 21).

$$I = I_1 + I_2.$$

Das 2. Kirchhoffsche Gesetz

In einem geschlossenen Stromkreis ist die Summe der Urspannungen (EMK) gleich der Summe der Spannungsabfälle (vergleiche Bild 20).

$$U = U_1 + U_2.$$

Die Anwendung der Zweipoltheorie erfordert natürlich eine bestimmte Übung. Folgendes Beispiel soll den Lösungsweg veranschaulichen bei der Anwendung der Zweipoltheorie. In Bild 25 soll z. B. der durch den Widerstand R_5 fließende Strom I_x bestimmt werden. Bei der Lösung dieser Aufgabe mit Hilfe der Zweipoltheorie muß man folgende Rechenoperationen vornehmen:

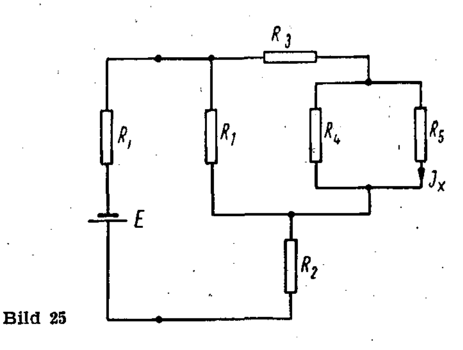


Bild 25

1. Man unterbricht den Stromkreis an der Stelle, wo man den Strom (bzw. Spannungsabfall) bestimmen will. Zur Erleichterung der Arbeit zeichnet man die Schaltung neu, wobei die Klemmen A und B die nun offene Trennstelle bedeuten (Bild 26).

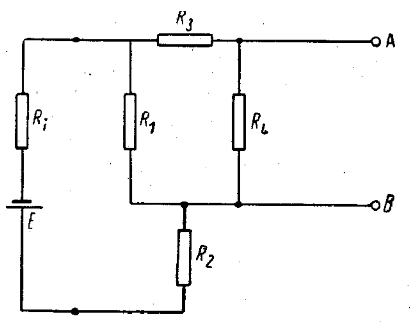


Bild 26

2. Nun bestimmt man den Widerstand, der an den Klemmen A und B anliegt, wenn man in die Schaltung hineinsieht. Alle im Stromkreis vorhandenen Urspannungsquellen E werden kurzgeschlossen gedacht (Bild 27). Der errechnete Widerstand ist dann der Innenwiderstand R_0 der an den Klemmen A und B gedachten „Ersatzspannungsquelle".

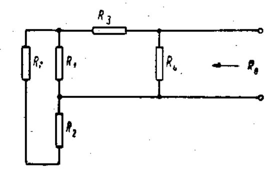


Bild 27

3. Nunmehr stellt man die an den Klemmen A und B auftretende Leerlaufspannung U_l fest. Dabei sind die gedachten Kurzschlüsse der Urspannungsquellen E aufzuheben (Bild 28). Die Spannung U_l wird mit Hilfe der

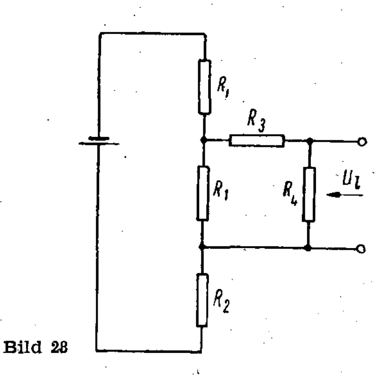


Bild 28

beiden Kirchhoffschen Gesetze (Strom- bzw. Spannungsteilung) errechnet.

4. Jetzt hat man die Werte für die Ersatzspannungsquelle bestimmt und kann den gesuchten Strom I_x berechnen (Bild 29).

$$I_x = \frac{U_l}{R_0 + R_5}.$$

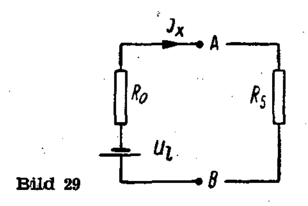


Bild 29

5. Erfolgt in Absatz 1 die Unterbrechung an einer Stelle, wo die Leitung frei von einem Widerstand ist, dann errechnet sich in Absatz 4 der Strom zu

$$I = \frac{U_l}{R_0}.$$

Bei der Berechnung von Maschennetzen kann es oft von Vorteil sein, wenn man im Dreieck geschaltete Widerstände in einen Widerstandsstern oder umgekehrt verwandelt. Bild 30 zeigt eine solche Schaltungsumwandlung:

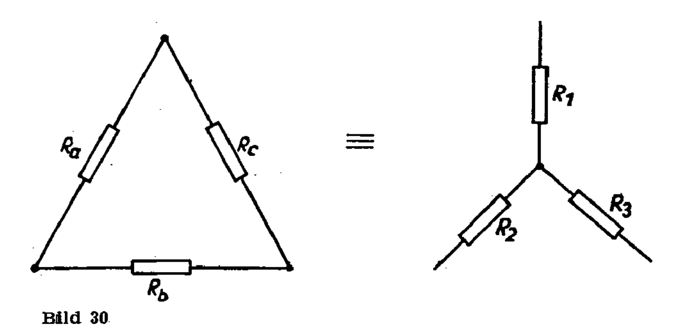


Bild 30

$$R = R_a + R_b + R_c,$$
$$R' = R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3;$$

Umwandlung von Dreieck in Stern:

$$R_1 = \frac{R_a \cdot R_c}{R}, \quad R_2 = \frac{R_a \cdot R_b}{R}, \quad R_3 = \frac{R_b \cdot R_c}{R}$$

Umwandlung von Stern in Dreieck:

$$R_a = \frac{R'}{R_3}, \quad R_b = \frac{R'}{R_1}, \quad R_c = \frac{R'}{R_2}$$

Beispiel 18

Ein Generator speist einen Widerstand von 55 Ohm, der dabei fließende Strom beträgt 4 A. Wie groß ist die Klemmenspannung U?

$$U = I \cdot R = 4 \cdot 55 = 220\ \text{V}.$$

Beispiel 19

Ein Voltmeter mit einem Widerstand ($R_{in} + R_V$) von 50 kOhm wird an eine Taschenlampenbatterie zur Spannungsmessung angelegt. Es wird eine Spannung von 4,5 V angezeigt. Wie groß ist der dabei durch das Meßwerk fließende Strom?

$$I = \frac{U}{R} = \frac{4{,}5}{5 \cdot 10^4} = 9 \cdot 10^{-5} = 90\ \mu\text{A}.$$

Beispiel 20

An eine Stromquelle wird ein Spannungsmesser angeschlossen, der sehr hochohmig gegen den Innenwiderstand der Stromquelle ist. Er mißt daher praktisch die Leerlaufspannung, diese wird angezeigt zu $U_l = 14$ V. Dann wird ein sehr niederohmiger Strommesser angeschlossen, der einen Strom von 2 A anzeigt. Das ist praktisch der Kurzschlußstrom I_k. Wie groß ist der Innenwiderstand der Stromquelle?

$$R_i = \frac{U_l}{I_k} = \frac{14}{2} = 7\ \Omega.$$

Beispiel 21

Ein Lötkolben besitzt einen Widerstand von 200 Ohm und ist an eine Netzspannung von 220 V angeschlossen. Welche Leistung verbraucht der Lötkolben?

$$N = \frac{U^2}{R} = \frac{(220)^2}{200} = \frac{484}{2} = 242\ \text{W}.$$

Beispiel 22

Die Drehspule eines Vielfachinstrumentes hat einen Widerstand von 300 Ohm, der Vollausschlag ist 1 mA. Um Ströme von 10 A messen zu können, wird ein Parallelwiderstand (Shunt) benötigt. Wie groß muß dieser sein und welche Leistung wird in ihm verbraucht?

$$n = \frac{I}{I_{in}} = \frac{10}{10^{-3}} = 10^4,$$

$$R_n = \frac{R_{in}}{(n-1)} \approx \frac{300}{10^4} = 3 \cdot 10^{-2}\ \Omega.$$

Der Shunt muß einen Widerstand von 0,03 Ohm besitzen.

$$N = I^2 \cdot R = 10^2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 3\ \text{W}.$$

Beispiel 23

Ein Widerstand von 1 MOhm soll so aufgeteilt werden, daß an einem Teilwiderstand eine Spannung von 100 mV abfällt, wenn am gesamten Widerstand 2 V liegen. Wie muß der Widerstand aufgeteilt werden (siehe Bild 31)?

$$\frac{U}{U_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \qquad R_1 + R_2 = R,$$

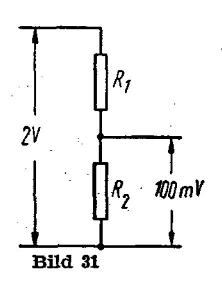


Bild 31

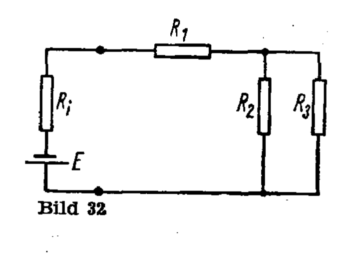


Bild 32

$$R_2 = \frac{R \cdot U_2}{U} = \frac{10^6 \cdot 10^{-1}}{2} = \frac{10^5}{2} = 5 \cdot 10^4 = 50\ \text{k}\Omega.$$

Beispiel 24

Es soll ein verzweigter Stromkreis mit Hilfe der Zweipoltheorie untersucht werden. Besonders interessiert der Strom durch den Widerstand R_3. In Bild 32 ändert sich der Strom, wenn man den Zweig unterbricht und einen Strommesser in den Zweig schaltet. Er verändert sich dabei um so mehr, je größer der Innenwiderstand des Intrumentes ist. Man kann daher die Frage stellen, welche Bedingung der Innenwiderstand des Strommessers erfüllen muß, damit die Anzeige nicht zu ungenau wird.

Als erstes wird der Stromkreis unterbrochen, in dem der Widerstand R_3 liegt. Dann errechnet man den Innenwiderstand der gedachten Ersatzspannungsquelle, indem man E kurzschließt (Bild 33). Man erhält

$$R_e = [(R_i + R_1) \parallel R_2] + R_3,$$

$$R_0 = \frac{(R_i + R_1)\, R_2}{R_i + R_1 + R_2} + R_3.$$

Bild 33

Nun kann die an den Klemmen A und B anliegende Leerlaufspannung U_l berechnet werden. Da durch die offenen Klemmen durch R_3 kein Strom fließt, ist die

über dem Widerstand R_2 abfallende Spannung gleich U_l (Bild 34). Nach der Spannungsteilerregel erhält man

$$\frac{E}{U_l} = \frac{R_i + R_1 + R_2}{R_2}, \quad U_l = \frac{E \cdot R_2}{R_i + R_1 + R_2}$$

Damit sind die Werte für die Ersatzspannungsquelle festgelegt (Bild 35). Werden nun die Klemmen A und B mit dem Widerstand R_3 belastet, so ist der durch R_3 fließende Strom

$$I = \frac{U_l}{R_o}.$$

Es werden folgende Werte benutzt: $R_i = 0{,}1$ Ohm;

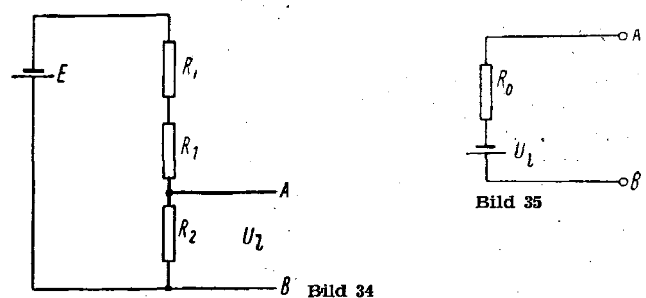


Bild 34

Bild 35

$R_1 = 10$ Ohm; $R_2 = 100$ Ohm; $R_3 = 200$ Ohm und $E = 4{,}5$ V,

$$R_o = \frac{(0{,}1 + 10)\,100}{0{,}1 + 10 + 100} + 200 = \frac{1010}{110{,}1} + 200 = 209{,}1\ \Omega,$$

$$U_l = \frac{4{,}5 \cdot 100}{110{,}1} = \frac{450}{110{,}1} = 4{,}09\ \text{V},$$

$$I = \frac{4{,}09}{209{,}1} = 0{,}0196 = 19{,}6\ \text{mA}.$$

Es ist leicht einzusehen, daß ein Strommesser einen bedeutend geringeren Innenwiderstand haben muß als R_o,

damit die Strommessung möglichst genau wird. Beträgt z. B. der Innenwiderstand des Instrumentes nur 5 Ohm, so ist der sich dann einstellende Strom, wenn der Strommesser mit R_3 in Reihe geschaltet wird,

$$I' = \frac{4,09}{214,1} = 0,019 = 19\,\text{mA}.$$

Das ergibt einen Meßfehler von etwa 3 Prozent.

Beispiel 25

Zwei Batterien sollen zusammengeschaltet werden, aber infolge unterschiedlicher früherer Belastung sind sie ungleichmäßig entladen. Es soll die Frage beantwortet werden, wie groß der Strom an der Verbindungsstelle (Ausgleichsstrom) beider Batterien ist (Bild 36).

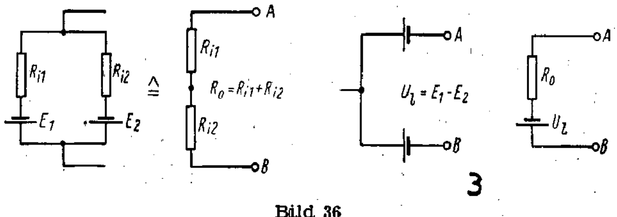


Bild 36

Man trennt die Verbindungsstelle auf, bestimmt den Innenwiderstand R_0 und die Leerlaufspannung U_l der Ersatzspannungsquelle und kann dann für den Strom ansetzen

$$I = \frac{U_l}{R_0} = \frac{E_1 - E_2}{R_{i1} + R_{i2}}.$$

Man kann erkennen, daß der nutzlos zwischen beiden Batterien fließende Strom (die höhere Spannung ist mit diesem Strom belastet) um so größer wird, je größer die Differenz zwischen beiden Batteriespannungen ist. Ist z. B. $E_1 = 4,5$ V; $E_2 = 4,3$ V; $R_{i1} = 0,02$ Ohm und $R_{i2} = 0,08$ Ohm, so ergibt sich ein Ausgleichsstrom von

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_{i1} + R_{i2}} = \frac{4,5 - 4,3}{0,02 + 0,08} = \frac{0,2}{0,1} = 2\,\text{A}.$$

Die Batterie mit der höheren EMK ist also bald verbraucht. Bei der Parallelschaltung von Batterien ist dieser Ausgleichsstrom deshalb zu beachten.

4. DER WECHSELSTROMKREIS

4.1 Grundbegriffe

Der elektrische Wechselstrom hat einen sinusförmigen Verlauf gemäß Bild 37. Den vollen Verlauf einer Sinuswelle bezeichnet man als Periode. Bei der Zeigerdarstellung der Sinuswelle durchläuft der Zeiger den Winkel $\alpha = 360°$ oder im Bogenmaß $\alpha = 2\,\pi$. Die erste Halbwelle ist demnach bei $\alpha = \pi$ beendet, der erste Höchstwert der Sinuswelle liegt bei $\pi/2$. Die Zeit, die der Zeiger zum Bogenmaß $2\,\pi$ braucht, bezeichnet man als Periodendauer T, die Anzahl der Perioden je Sekunde als Frequenz f. Demnach ist

$$f = \frac{1}{T}\ [1/s].$$

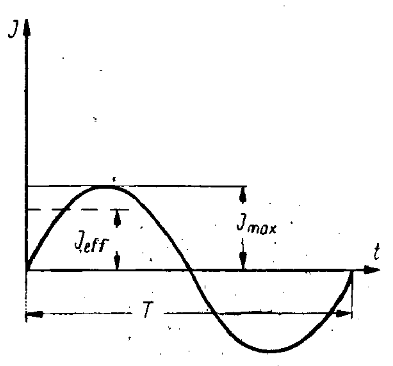


Bild 37

Die Einheit der Frequenz ist das Hertz (Hz). Der übliche Netzwechselstrom hat eine Frequenz von $f = 50$ Hz.
In der Wechselstromtechnik hat das Produkt $2 \cdot \pi \cdot f$ eine große Bedeutung, man bezeichnet es als die Kreisfrequenz ω.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \ [1/s].$$

Der sinusförmige Strom durchläuft zwei Maxima (bei $\pi/2$ und $3 \cdot \pi/2$). Den Höchstwert des Stromes bzw. der Spannung bezeichnet man als I_{max} bzw. U_{max}. Aber der dem Gleichstrom äquivalente Wechselstrom, der eine z. B. gleiche Wärmewirkung wie ein gleichgroßer Gleichstrom ergibt, wird als Effektivwert bezeichnet.

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = I, \qquad U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = U,$$

$$I_{max} = \sqrt{2} \cdot I_{eff} = 1{,}41 \cdot I, \qquad U_{max} = \sqrt{2} \cdot U_{eff} = 1{,}41 \cdot U.$$

Für die praktische Arbeit ist zu beachten, daß z. B. für die Strombelastung von Leitungsdrähten immer der effektive Strom I_{eff} maßgebend ist. Das trifft in vielen Fällen auch für die Spannung zu. Nur wenn man z. B. Isolierungen auf Spannungsfestigkeit berechnet, ist der Höchstwert der Spannung maßgebend, da ja beim zeitlichen Durchgang des Spannungsmaximums der Durchschlag erfolgen kann. Meßinstrumente für Wechselstrom zeigen grundsätzlich immer Effektivwerte an.

4.2 Wechselstromwiderstände

a) *Wirkwiderstand*

Da bei einem rein Ohmschen Widerstand Strom und Spannung in Phase sind (der Phasenwinkel ist gleich Null), können Wechselstromkreise mit solchen Ohmschen Widerständen mit den gleichen Formeln wie Gleichstromkreise berechnet werden. Mit steigender Frequenz macht sich der sogenannte Skineffekt bemerkbar, es tritt dann eine Widerstandserhöhung auf, da immer weniger Leiterquerschnitt am Stromfluß teilhat. Ein Maß dafür ist die Eindringtiefe δ, wo im Leiterinnern gegenüber der Leiteroberfläche nur noch 36 Prozent der Stromdichte auftritt. Der unter dem Einfluß der

Frequenz auftretende Widerstand wird mit Wirkwiderstand bezeichnet. Auch bei ihm befinden sich Strom und Spannung in Phase.
Für die Eindringtiefe δ gilt

$$\delta = \frac{0{,}5}{\sqrt{f \cdot \varkappa \cdot \mu}} \text{ [mm]},$$

$\varkappa$ = spez. Leitwert in, μ = Permeabilität, f = Frequenz in MHz.
Für Kupfer, Aluminium und Silber ist $\mu = 1$.
Die Widerstandszunahme eines Kupferdrahtes berechnet sich zu

$$R = \frac{1}{r^2 \cdot \pi \cdot \chi}\left(\frac{r}{2}\sqrt{\pi \cdot f \cdot \varkappa \cdot \mu} + \frac{1}{4}\right)$$

$$\text{für } \frac{r}{2}\sqrt{\pi \cdot f \cdot \varkappa \cdot \mu} \gg 1$$

r = Drahtradius in mm, f = Frequenz in Hz, μ = Permeabilität = 1, $\varkappa$ = spez. Leitwert in Ω.
Oberhalb von 10 kHz gilt für Kupferdrähte

$$R_{HF} \approx R_g \cdot 0{,}075 \cdot d\sqrt{f}$$

R_g = Gleichstromwiderstand in Ohm, d = Drahtdurchmesser in cm, f = Frequenz in Hz.
Siehe auch Diagramm 1 und 2 im Anhang.

b) *Kapazität*

Liegt ein Kondensator an einer Wechselspannung, so fließt ein dauernder Strom, der von der Größe der Kapazität und der Frequenz abhängig ist. Der Betrag des kapazitiven Widerstandes ist

$$R_c = \frac{1}{\omega C} \; [\Omega],$$

C = Kapazität in F, ω = Kreisfrequenz in $^1/_s$.
Mit steigender Frequenz wird dieser kapazitive Widerstand immer kleiner.
Da ein Kondensator nie verlustfrei ist, kann man diesen Verlustwiderstand parallel zum Kondensator geschaltet

denken (Bild 38). Für kleine Tangenswinkel ist

$$\tan \delta_c = d_c = \frac{1}{R_p \cdot \omega C},$$

d_c = Verlustfaktor des Kondensators, R_p = Verlustwiderstand in Ohm

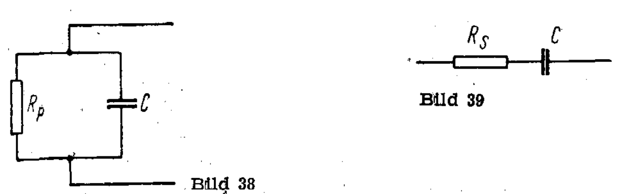


Bild 39

Bild 38

Für die Reihenersatzschaltung (Bild 39) gilt

$$d_c = R_s \cdot \omega C;$$

R_s = Reihenwiderstand in Ohm.

$$R_s = \frac{1}{R_p (\omega C)^2} \; [\Omega], \qquad R_p = \frac{1}{R_s (\omega C)^2} \; [\Omega].$$

Bei der Parallelschaltung zweier Kondensatoren mit verschiedenem Verlustwiderstand wird

$$d_c = \frac{d_1 C_1 + d_2 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Den reziproken Wert des Verlustfaktors eines Kondensators bezeichnet man als seine Güte

$$Q_c = \frac{1}{d_c}.$$

Reihenschaltung Kondensator—Widerstand

$$R_{sch} = \sqrt{R_s^2 + R_c^2} = \sqrt{R_s^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \; [\Omega],$$

$$\tan \varphi = \frac{R_c}{R_s} = -\frac{1}{\omega C \cdot R_s};$$

R_s = Betrag des Scheinwiderstandes in Ohm, R = Ohmscher Widerstand in Ohm, R_c = kapazitiver Widerstand in Ohm, φ = Winkel der Phasenverschiebung.

Parallelschaltung Kondensator—Widerstand

$$R_{sch} = \frac{R_p}{\sqrt{1 + (R_p \cdot \omega C)^2}} \ [\Omega],$$

$$\tan \varphi = \frac{G_c}{G_p} = R_p \omega C$$

Der durch den Kondensator fließende Strom besitzt gegenüber der Spannung eine von dem Verhältnis des Blindwiderstandes R_c zum Wirkwiderstand R abhängige Phasenverschiebung. Dabei eilt der Strom der Spannung um den Winkel φ voraus. Diese Tatsache wird in der Elektro- und HF-Technik vielseitig angewendet. Als Beispiele mögen mehrgliedrige Phasenschieberketten gelten, wie sie bei RC-Generatoren Anwendung finden.

a) Dreigliedrige RC-Kette, anwendbar bei Pentoden und steilen Trioden (Bild 40):

Betriebsfrequenz $f = \frac{1}{15{,}4\, R \cdot C}$ [Hz],

R = Widerstand in Ohm, C = Kapazität in μF, notwendiger Verstärkungsfaktor $V > 29$,

b) viergliedrige RC-Kette, anwendbar bei Trioden (Bild 41):

Betriebsfrequenz $f = \frac{1}{7{,}53\, R \cdot C}$ [Hz],

notwendiger Verstärkungsfaktor $V > 18{,}4$.

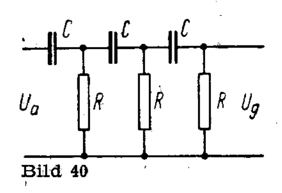


Bild 40

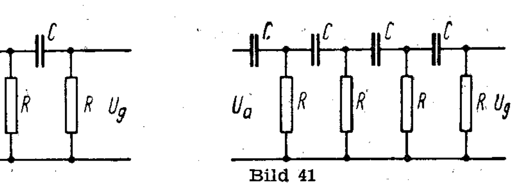


Bild 41

Kapazitive Spannungsteiler

Mit zwei in Serie geschalteten Kapazitäten erhält man für Wechselspannungen einen frequenzunabhängigen Spannungsteiler, wenn die parallel den Kapazitäten liegenden Ohmschen Widerstände wesentlich hochohmiger sind als die Blindwiderstände der Kapazitäten. Für Bild 42 gilt:

$$U_c = U \frac{C_1}{C_1 + C_2}.$$

Eine sehr wichtige Anwendung des kapazitiven Spannungsteilers liegt beim Parallelschwingkreis, wenn man z. B. verschiedene Ein- und Ausgangswiderstände benötigt. Durch die kapazitive Spannungsteilung ist folgende Widerstandstransformation möglich:

$$R_{ein} = \left(\frac{C_2}{C}\right)^2 \cdot R_{aus}.$$

Bild 42

Bild 44

Bild 43

Für die Spannungsteilung gilt nach Bild 43

$$\frac{U}{U_c} = v, \quad C_1 = \frac{v \cdot C}{v - 1}, \quad C_2 = v \cdot C = C_1 (v - 1).$$

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Es muß beachtet werden, daß die Resonanzfrequenz durch die Aufteilung der Schwingkreiskapazität nicht verändert werden darf.

RC-Siebglieder

Im Netzteil verwendet man zur Glättung des gleichgerichteten Wechselstromes RC-Glieder (Bild 44).

Einweggleichrichtung:

Siebfaktor $$s = \frac{U_s}{U_c} = \frac{R}{R_c} = 0{,}314\, R \cdot C,$$

Brummspannung $$U_{Br1} = 4{,}5 \frac{I}{C_l} \text{ [V]},$$

$$U_{Br2} = \frac{320}{R \cdot C} \text{ [\%]},$$

U_{Br2} = restliche Brummspannung in Prozent von U_{Br1}; R = Siebwiderstand in kOhm, C = Siebkondensator in µF, C_l = Ladekondensator in µF, I = Gleichstrom in mA.

Zweiweggleichrichtung:

Siebfaktor $$s = 0{,}628\, R \cdot C,$$

Brummspannung $$U_{Br1} = 1{,}5 \frac{I}{C_l} \text{ [V]},$$

$$U_{Br2} = \frac{160}{R \cdot C} \text{ [\%]}.$$

c) *Induktivität*

Der Wechselstromwiderstand einer Spule wird als induktiver Widerstand R_L bezeichnet und ist

$$R_L = \omega L;$$

L = Induktivität in H, ω = Kreisfrequenz in $^1/_s$.
Mit steigender Frequenz wird dieser induktive Widerstand R_L immer größer. Da eine Spule nie verlustfrei ist, kann man sich diesen Verlustwiderstand parallel oder in Reihe mit der Spule geschaltet denken. Gegenüber Kondensatoren ist dieser Verlustwiderstand bei Spulen wesentlich größer. Bei Schaltungen mit Spule und Kondensator kann man deshalb oft den Verlustwiderstand des Kondensators vernachlässigen. Der Verlustwiderstand bei Spulen wird vor allem hervorgerufen durch den Skineffekt (Stromverdrängung bei höheren Frequenzen), den Kupferwiderstand des Spulendrahtes und

die magnetischen Eigenschaften des HF-Eisenkernes. Reihenschaltung des Verlustwiderstandes (Bild 45):

$$\tan \delta_L = d_L = \frac{R_s}{\omega L}, \qquad R_s = d_L \cdot \omega L.$$

Parallelschaltung des Verlustwiderstandes (Bild 46):

$$\tan \delta_L = d_L = \frac{\omega L}{R_p}, \qquad R_p = \frac{\omega L}{d_L},$$

$$R_p = \frac{(\omega L)^2}{R_s}.$$

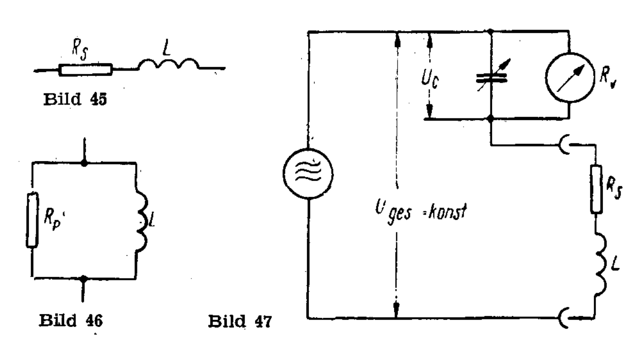


Bild 45

Bild 46

Bild 47

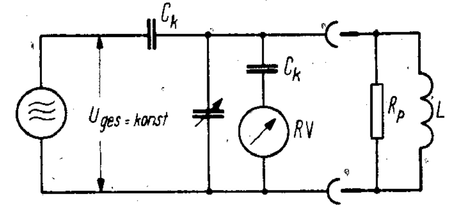
Den reziproken Wert des Verlustfaktors d_L einer Spule nennt man die Spulengüte Q.

$$Q = \frac{1}{d_L}.$$

Meßtechnisch kann dieser Verlustwiderstand einer Spule durch die Gütemessung (Bild 47) bestimmt werden. Die zu messende Spule wird mit einem Meßdrehkondensator zu einem Serienschwingkreis geschaltet und dieser auf die Betriebsfrequenz des Generators abgestimmt. Bei konstanter Ausgangsspannung, die natürlich bekannt sein muß, wird die Spannung über dem Konden-

sator gemessen. Durch beide Werte kann man die Güte der Spule errechnen, wenn der Verlustfaktor des Drehkondensators vernachlässigt werden kann. Aus der Güte läßt sich dann der Verlustwiderstand der Spule errechnen.

Gütemessung $\frac{U_C}{U_{ges}} = Q, \quad R_s = \frac{\omega L}{Q}$



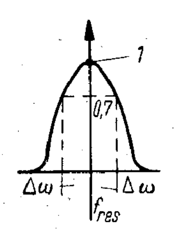


Bild 48

Nach Bild 48 kann man den Verlustwiderstand auch durch eine Messung der Bandbreite b feststellen. Dazu wird ein Parallelschwingkreis benötigt. Die Bandbreite wird für die Punkte einer Resonanzkurve definiert, wo der maximale Wert auf den 0,707fachen Wert gesunken ist.

Bandbreite $b = 2\,\Delta\omega = f_o - f_u$;

f_o = Frequenz oberhalb f_{res} beim 0,707fachen Wert der maximalen Spannung, f_u = Frequenz unterhalb f_{res}. beim 0,707fachen Wert der maximalen Spannung,

Güte: $Q = \frac{f_{res}}{b}, \quad d_L = \frac{b}{f_{res}}.$

Erfolgt an Stelle der Resonanzfrequenzänderung eine definierte Kapazitätsänderung ΔC des Drehkondensators, so ist

$$Q = \frac{2 \cdot C_{res}}{\Delta C}, \quad d_L = \frac{\Delta C}{2 \cdot C_{res}},$$

$$R_p = \frac{1}{\Delta C \cdot \omega} \; [\Omega], \quad R_s = \frac{L}{C \cdot R_p} \; [\Omega].$$

(ω = in 1/s, ΔC in F)

Je nach dem Aufbau besitzt eine HF-Spule eine bestimmte Eigenkapazität. Eine einfache Meßmöglichkeit besteht darin, daß man die Spule über eine kleine Kopplungskapazität an einen Meßgenerator anschließt

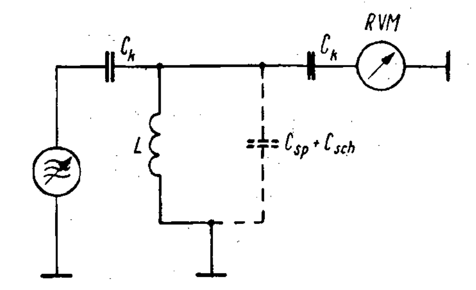


Bild 49

(Bild 49) und mit Hilfe eines Röhrenvoltmeters die Resonanzfrequenz einstellt. Dann gilt für die Eigenkapazität unter Vernachlässigung der Kopplungskapazität

$$C_{eig} = \frac{1}{\omega^2_{res} \cdot L} \text{ [F]};$$

f_{res} = Resonanzfrequenz in Hz, L = Induktivität in H, $\omega_{res} = 2 \cdot \pi f_{res}$.

Eine andere Meßmöglichkeit benutzt eine grafische Lösungsmethode. Beim Parallelschwingkreis in Bild 50 wird bei verschiedenen Kondensatorwerten von C_p die jeweilige Resonanzfrequenz festgestellt und gemäß

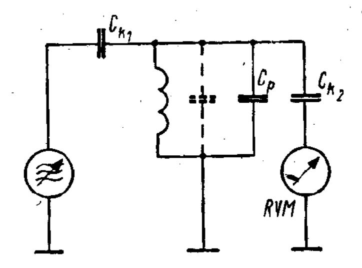


Bild 50

Bild 51 aufgetragen. Der Schnittpunkt der dabei erhaltenen Geraden mit der Abszisse ergibt die wirksame Eigenkapazität der Spule.

$$\frac{1}{f^2} = 40\,L\,(C_{eig} + C_p).$$

Reihenschaltung Spule—Widerstand

$$R_{sch} = \sqrt{R_s^2 + R_L^2} = \sqrt{R_s^2 + (\omega L)^2}\ [\Omega],$$

$$\tan\varphi = \frac{R_L}{R} = \frac{\omega L}{R};$$

R_{sch} = Scheinwiderstand in Ohm, R_s = Wirkwiderstand in Ohm, R_L = induktiver Widerstand in Ohm, φ = Winkel der Phasenverschiebung.

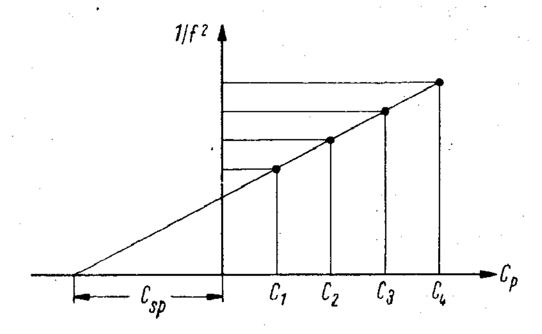


Bild 51

Parallelschaltung Spule—Widerstand

$$R_{sch} = \frac{R \cdot R_L}{\sqrt{R_p^2 + R_L^2}} = \frac{R_p \cdot \omega L}{\sqrt{R_p^2 + (\omega L)^2}}\ [\Omega],$$

$$\tan\varphi = \frac{h_L}{h_p} = \frac{R_p}{\omega L},$$

Spule mit Eisenkern (Drossel)

Der Funkamateur wird im allgemeinen nicht in die Verlegenheit kommen, eine Netzdrossel zur Siebung selbst zu berechnen und zu bauen. Hierzu ist, abge-

sehen von den notwendigen Materialien und Werkzeugen, einige Praxis in der Berechnung derartiger Bauelemente notwendig. Trotzdem sollen einige Hinweise gegeben werden. Wer dann selbst berechnen und bauen will, möge entsprechende Fachliteratur zu Rate ziehen. Wenn die erforderliche Induktivität L, die Luftspaltlänge δ und die Strombelastung I vorgegeben sind, kann man folgende Faustformeln verwenden.
Dabei geht man davon aus, daß im Luftspalt eine Induktion von B_L = 7000 Gauß herrschen soll. Die Windungszahl erhält man zu

$$w = \frac{0{,}8 \cdot \delta \cdot B_L}{I};$$

δ = Luftspaltlänge in cm, B_L = Induktion = 7000 Gauß, I = Strom in A.
Der zu verwendende Eisenkern muß einen Eisenkernquerschnitt besitzen von

$$Q_{Fe} = \frac{1{,}1\, L \cdot \delta \cdot 10^8}{0{,}4\, w^2} \; [\mathrm{cm}^2];$$

L = Induktivität in H.
Bei einer Stromdichte von i = 2,5 A/mm² erhält man für die Drahtstärke

$$d = 0{,}7 \sqrt{I} \; [\mathrm{mm}]$$

Die Tabellenwerte für Transformatorenkerne und Kupferlackdrähte siehe in der Broschüre „Praktisches Radiobasteln II“, Band 9 der Reihe „Der praktische Funkamateur“.

Der Transformator

Bei der Berechnung von Transformatoren gilt in verstärktem Maße, für welchen Verwendungszweck der Transformator gedacht ist. Es sollen daher hier nur einige Hinweise allgemeiner Art gegeben werden. Für die genaue Berechnung muß die Spezialliteratur herangezogen werden.
Für den idealen Transformator gelten folgende Überlegungen (Bild 52):

1. Die Leistungen werden ohne Verluste übertragen.

$$N_1 = N_2.$$

2. Die Widerstände werden mit dem Quadrat des Übersetzungsverhältnisses der Windungszahlen übertragen.

$$R_1 = ü^2 \cdot R_2, \qquad ü = \frac{w_1}{w_2}.$$

3. Die Spannungen werden entsprechend dem Übersetzungsverhältnis übertragen.

$$U_p = ü \cdot U_s.$$

4. Die Ströme werden reziprok dem Übersetzungsverhältnis übertragen.

$$I_p = \frac{1}{ü} \cdot I_s.$$

Daraus geht weiter hervor, daß keine Wirkleistung verbraucht wird und keine Verluste durch Wirbelströme

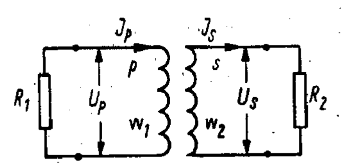


Bild 52

und Hysterese entstehen. Die Induktivitäten müssen unendlich groß sein, und es darf keine Streuung zwischen Primär- und Sekundärkreis auftreten. Aber jeder Praktiker weiß, daß in der Technik ein solch idealer Transformator nicht existiert. Für die vereinfachte Berechnung von Netztransformatoren werden noch folgende Formeln angegeben.

Primärleistung	N_p	$= 1{,}18\, N_s$ [VA],
Eisenquerschnitt	Q_{Fe}	$= \sqrt{N_p}$ [cm²],
Primärwindungszahl	w_p	$= 38\, \frac{U_p}{Q_{Fe}}$,
Sekundärwindungszahl	w_s	$= 42\, \frac{U_s}{Q_{Fe}}$,
Drahtdurchmesser	d	$= 0{,}7\, I$ [mm];

N_s = Summe der Sekundärleistungen in VA, U_p = Spannung der Primärwicklung in V, U_s = Spannung der Sekundärwicklung in V, I = Strom in A, (für $i = 2{,}5$ A/mm²).

Für die vereinfachte Berechnung von Ausgangstransformatoren, wie man sie zur Anpassung des Schwingspulenwiderstandes des Lautsprechers an den Außenwiderstand der Endröhre braucht, gelten folgende Faustformeln.

Eisenquerschnitt $Q_{Fe} = 20 \sqrt{\frac{N}{f_u}}$ [cm²];

N = zu übertragende Leistung in W, f_u = untere, noch zu übertragende Frequenz in Hz,
notwendige

Luftspaltlänge $= 0{,}4 \sqrt{Q_{Fe}}$ [mm],

Primärinduktivität $L = \frac{207 \cdot R_a}{f_u}$ [H];

R_a = Außenwiderstand der Endröhre in kOhm,

Primärwindungszahl $w_1 = 10^3 \sqrt{\frac{10\,L}{Q_{Fe}}}$,

Sekundärwindungszahl $w_2 = w_1 \sqrt{\frac{R_L}{R_a}}$;

R_L = Schwingspulenwiderstand des Lautsprechers in kOhm,

Anodenwechselstrom $I_a = \sqrt{\frac{10^3\,N}{R_a}}$ [mA],

gesamter Primärstrom $I_{ges} = I_a + I_a$;
I_a = Anodenstrom der Endröhre in mA,

Sekundärstrom $I_L = \sqrt{\frac{N}{R_L}}$ [mA],

Drahtdurchmesser $d = 0{,}7 \sqrt{I}$ [mm];
$I = I_{ges}$ oder I_L.

4.3 Die Leistung bei Wechselstrom

Bei der Leistung muß man zwischen der Wirkleistung N_w, der Blindleistung N_b und der Scheinleistung N_s unterscheiden (Bild 53).

$$N_w = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos\varphi = U \cdot I \cdot \cos\varphi \ [W],$$

$$N_b = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin\varphi = U \cdot I \cdot \sin\varphi \ [VA],$$

$$N_s = U_{eff} \cdot I_{eff} = U \cdot I \ [VA].$$

Zwischen den einzelnen Leistungen besteht folgende Beziehung:

$$N_s = \sqrt{N_w^2 + N_b^2}, \qquad \text{da } \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1.$$

Bild 53

Da Spannnung U in V, Strom I in A und Widerstand R in Ω mit der Leistung in engem Zusammenhang stehen, ist

$$U_w = \frac{N_w}{I} = U \cdot \cos\varphi \ [V], \quad U_b = \frac{N_b}{I} = U \cdot \sin\varphi \ [V],$$

$$U_s = \frac{N_s}{I} \ [V],$$

$$I_w = \frac{N_w}{U} = I \cdot \cos\varphi \ [A], \quad I_b = \frac{N_b}{U} = I \cdot \sin\varphi \ [A],$$

$$I_s = \frac{N_s}{U} \ [A],$$

$$R_w = \frac{U_w}{I} = \frac{N_w}{I^2} = R_s \cdot \cos\varphi \ [\Omega],$$

$$R_b = \frac{U_b}{I} = \frac{N_b}{I^2} = R_s \cdot \sin\varphi \ [\Omega],$$

$$R_S = \frac{U}{I} = \frac{N_S}{I^2} \; [\Omega].$$

Beispiel 26

Wie groß ist der Verlustwiderstand eines Papierkondensators als gedachter Parallel- oder Serienwiderstand, wenn der Verlustfaktor den Wert $d_c = 10^{-2}$ besitzt, die Kapazität C = 5 nF und die Frequenz = 5 kHz beträgt?

$$R_p = \frac{1}{d_c \cdot \omega C} = \frac{1}{10^{-2} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-9}} = \frac{10^8}{31{,}4}$$
$$= 3{,}18 \text{ MOhm},$$

$$R_s = \frac{d_c}{\omega C} = \frac{10^{-2}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-9}} = \frac{10^4}{31{,}4} = 319 \text{ Ohm}.$$

Beispiel 27

Mit einer Röhre ECC 83 soll ein RC-Tongenerator aufgebaut werden, die erzeugte Frequenz soll f = 1 kHz betragen. Da die Auswahl in den Widerstandswerten größer ist als bei Kondensatoren, wird der Kondensator mit C = 1 nF festgelegt. Wie groß muß der Widerstandswert für die zu wählende RC-Phasenkette sein?
Die Röhre ECC 83 ist eine Doppeltriode und hat für jedes Triodensystem eine Verstärkung von V = 50. Demnach genügt eine dreigliedrige RC-Phasenkette zur Schwingungserzeugung. Der Widerstandswert muß betragen

$$R = \frac{1}{7{,}53\, C \cdot f} = \frac{1}{7{,}53 \cdot 10^{-9} \cdot 10^3} = \frac{10^6}{7{,}53} = 133 \text{ kOhm}.$$

Beispiel 28

Der Anodenkreis einer Oszillatorstufe ist als Parallelschwingkreis ausgebildet. Es ist eine HF-Spannung von 20 V vorhanden. Da die auf den Oszillator folgende Pufferstufe diesem keine Energie entziehen soll, darf die Pufferstufe nicht übersteuert werden. Damit am Steuergitter der Pufferstufe nur 0,5 V HF-Spannung

wirksam werden, muß eine Spannungsteilung vorgenommen werden, die man zweckmäßig kapazitiv ausführt. Für die angegebenen Spannungen ist demnach ein Teilungsfaktor von $v = {}^{20}/_{0,5} = 40$ notwendig. Die Schwingkreiskapazität soll $C = 50$ pF betragen. Wie groß müssen die Kondensatoren des Spannungsteilers sein?

$$C_1 = \frac{v \cdot C}{v - 1} = \frac{40 \cdot 50}{40 - 1} = \frac{2000}{39} = 51{,}3 \text{ pF},$$

$$C_2 = v \cdot C = 40 \cdot 50 = 2000 \text{ pF} = 2 \text{ nF}.$$

Beispiel 29

Mit einem Gütefaktormesser wurde festgestellt, daß eine Spule von $L = 20$ µH eine Güte von 120 hat. Berechne den Reihen- und Parallelverlustwiderstand. Die Meßfrequenz betrug $f = 3$ MHz.

$$R_s = \frac{\omega L}{Q} \quad \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{120} \quad \frac{120 \cdot 3{,}14}{120} = 3{,}14 \text{ Ohm},$$

$$R_p = \omega L \cdot Q = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 120 = 120^2 \cdot 3{,}14$$
$$= 45{,}2 \text{ kOhm}.$$

Beispiel 30

Es soll der Parallelverlustwiderstand einer Spule mit Hilfe einer Bandbreitenmessung bestimmt werden. Mit einem Quarzgenerator wird die Frequenz $f = 1$ MHz erzeugt, die als Meßfrequenz benutzt wird. Für den notwendigen Abfall auf den 0,707fachen Wert war eine Kapazitätsänderung von $\Delta C = 5$ pF notwendig. Wie groß ist R_p?

$$R_p = \frac{1}{\Delta C \cdot \omega} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^6} = \frac{10^6}{31{,}4} \doteq 31{,}8 \text{ kOhm}.$$

5. SCHWINGUNGSKREISE

5.1 Der Reihenschwingungskreis

In der Hochfrequenztechnik wird in vielen Fällen der Resonanzeffekt ausgenutzt. Man legt an ein schwingungsfähiges System (Resonanzkreis) eine Wechselspannung bestimmter Frequenz und erhält z. B. bei einem Reihenschwingkreis (Bild 54) an einem Blindwiderstand eine um den Gütefaktor höhere Spannung

$$U_C = U_L = Q \cdot U_{ges}.$$

Im Widerstand R_s sind alle Verluste des Schwingkreises enthalten. Daher ist ein Reihenschwingkreis um so verlustärmer, je kleiner R_s ist. Der bei Resonanz durch den Schwingkreis fließende Strom ist dann entsprechend hoch. Der Wechselstromwiderstand des Reihenschwing-

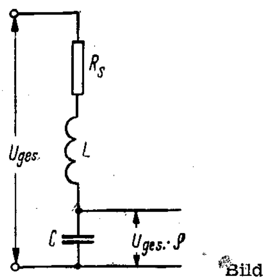


Bild 54

kreises ist

$$R_{sch} = \sqrt{R_s^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad [\Omega].$$

Der Phasenwinkel ist

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_s}.$$

Bei Resonanz (ω_0) sind beide Blindwiderstände gleichgroß und heben sich auf, so daß der Kreiswiderstand gleich dem Verlustwiderstand (Wirkwiderstand!) ist.

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0, \qquad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C},$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}\ [1/s].$$

Die Resonanzfrequenz f_0 erhält man zu

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}\ [\mathrm{Hz}];$$

L = Induktivität in H, C = Kapazität in F,

$$f_0 = \frac{5030}{\sqrt{L \cdot C}}\ [\mathrm{kHz}];$$

(L in mH, C in pF),

$$f_0 = \frac{159{,}2}{\sqrt{L \cdot C}}\ [\mathrm{MHz}];$$

(L in µH, C in pF).
Für den Strom durch den Resonanzkreis gilt

$$I = \frac{U}{\sqrt{R_S^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Unter den vielen Anwendungsmöglichkeiten des Reihenschwingkreises sei seine Anwendung als Saugkreis im Antenneneingang eines Überlagerungsempfängers erwähnt, wobei die Resonanzfrequenz der Zwischenfrequenz entspricht. Sehr verbreitet ist auch die Gütemessung von Spulen in Verbindung mit einem Reihenschwingkreis (siehe Bild 47). Hier wird bei konstanter Eingangsspannung die Resonanzspannung über dem

verlustfreien Drehkondensator gemessen. Für die Güte der Spule gilt dann

$$Q = \frac{U_c}{U_{ges}} .$$

Durch die schon erwähnte Bandbreitenmessung sind die Gesamtverluste des Schwingkreises gut erfaßbar. Es ist (Bild 55)

$$b = 2\,\Delta f, \qquad Q = \frac{f_0}{b}, \qquad \text{bzw. } d = \frac{b}{f_0} .$$

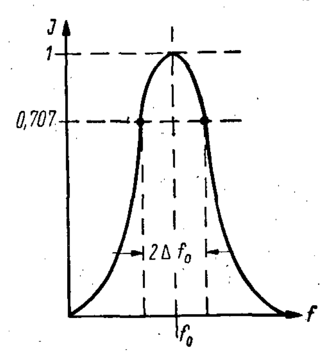


Bild 55

Mit b wird die absolute Bandbreite bezeichnet, die man zwischen den beiden Punkten der Resonanzkurve erhält, wo die maximale Amplitude um den 0,707fachen Wert gesunken ist.
Ebenso wie die Resonanzformeln gelten auch die Bandbreiteformeln in gleicher Weise für den Parallelschwingkreis.
Im Bereich der Resonanzfrequenz f_0 ist

$$R_s = d \cdot \omega_0 \cdot L = \frac{d}{\omega_0 \cdot C} [\Omega],$$

wobei $d = d_L + d_C$ ist.
Außerhalb der Resonanzfrequenz gilt

$$R_s = r_L + r_C = (d_L + d_C) \sqrt{\frac{L}{C}} [\Omega],$$

$$r_L = d_L \sqrt{\frac{L}{C}}, \qquad r_C = d_C \sqrt{\frac{L}{C}};$$

L = Induktivität in H, C = Kapazität in F.

5.2 Der Parallelschwingkreis

Beim Parallelschwingkreis sind Induktivität L, Kapazität C und Verlustwiderstand R_p parallelgeschaltet (Bild 56). Der Parallelschwingkreis wird in der HF-Technik sehr viel angewendet.

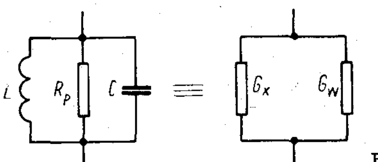


Bild 56

Bei Parallelschaltungen sollte man vorwiegend mit Leitwerten rechnen, da in diesem Fall die Leitwerte nur addiert werden. Für den Betrag des Scheinleitwertes des Parallelschwingkreises gilt

$$G_{sch} = \sqrt{\frac{1}{R_p^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \text{ [S]}.$$

Da $R = 1/G$ ist, erhält man

$$R_{sch} = \frac{R_p}{\sqrt{1 + R_p^2 \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \text{ [}\Omega\text{]}.$$

Der Phasenwinkel ist

$$\tan \varphi = -R_p \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right).$$

Bei Resonanz (ω_0) sind beide Blindwiderstände gleichgroß

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \; [1/s].$$

Damit gelten für den Parallelschwingkreis die gleichen Resonanzformeln wie für den Reihenschwingkreis. Beim Parallelschwingkreis erhält man für die Ströme durch die Blindwiderstände um den Gütefaktor höhere Werte wie durch den Verlustwiderstand.

$$I_C = I_L = Q \cdot I.$$

Stimmt man einen Parallelschwingkreis auf Resonanz ab, so heben sich die Blindwiderstände auf, und am Wirkwiderstand R_p fällt die Resonanzspannung ab. Dieser Vorgang wird in der Empfänger- und Sendertechnik ausgenutzt. Der Resonanzwiderstand eines Parallelschwingkreises ist

$$R_{res} = \frac{L}{C \cdot R_s} \; [\Omega],$$

wobei der Widerstand R_s den Reihenverlustwiderstand der Induktivität L darstellt (R_s in Ω, L in H, C in F). Da die Größe des Resonanzwiderstandes von der Kreisgüte abhängt, kann man auch schreiben

$$R_{res} = \frac{\omega_0 \cdot L}{d} = Q \cdot \omega_0 \cdot L = Q \sqrt{\frac{L}{C}} \; [\Omega],$$

(d = Verlustfaktor des gesamten Kreises)

Ändert man an Stelle der Frequenz die Kapazität C in der Nähe der Resonanzfrequenz bis auf den 0,707fachen Wert der Maximalspannung, so erhält man für den Resonanzwiderstand

$$R_{res} = \frac{1}{\Delta C \cdot \omega_0} \; [\Omega].$$

Für die Bandbreite des Parallelschwingkreises gilt

$$b = f_0 \cdot d = \frac{f_0}{Q}.$$

Wird von einem Parallelschwingkreis eine größere Bandbreite verlangt als sie der Verlustwiderstand des Kreises zuläßt, so kann z. B. der Schwingkreis durch einen parallelgeschalteten Ohmschen Widerstand bedämpft werden. Die Größe des erforderlichen Parallelwiderstandes erhält man zu

$$R'_p = \frac{L}{C\,(R_t - R_s)}\ [\Omega];$$

(L in H, C in F, R_t und R_s in Ω)

R_t ist der für die größere Bandbreite er henverlustwiderstand der Spule.

Bei der Anwendung mehrerer Schwingkreise gleicher Resonanzfrequenz, z. B. mehrkreisiger Geradeausempfänger, verringert sich die Bandbreite gegenüber dem Einzelkreis. So z. B. bei einem Zweikreiser auf den Wert 0,642 b und bei einem Dreikreiser auf den Wert 0,51 b.

Will man einen Schwingkreis über einen bestimmten Frequenzbereich variabel gestalten (z. B. Empfänger- oder Senderabstimmung), so wird man meist den Kondensator veränderlich machen (Drehkondensator).

Variationsbereich des Drehkondensators:

$$C = C_{max} - C_{min};$$

C_{max} = Endkapazität des Drehkondensators in pF,
C_{min} = Anfangskapazität des Drehkondensators in pF.
Es muß dabei beachtet werden, daß die dem Drehkondensator parallelliegenden Kapazitäten wie Abgleichtrimmer, Schaltkapazität und Spulenkapazität bei der Berechnung zu berücksichtigen sind.

$$C_p = C_T + C_{Sch} + C_{Sp}\ [pF].$$

Für die Berechnung des Schwingkreises gilt also

$$C = (C_{max} + C_p) - (C_{min} + C_p) = C_e - C_a\ [pF],$$
$$C_e = C_{max} + C_p, \qquad C_a = C_{min} + C_p;$$

C_a = Anfangskapazität des Schwingkreises in pF, C_e = Endkapazität des Schwingkreises in pF.

Für das Verhältnis von unterer und oberer Frequenz gilt

$$\frac{C_e}{C_a} = \left(\frac{f_o}{f_u}\right)^2$$

Soll ein Frequenzverhältnis von 1 : 3 abgestimmt werden, so muß ein Kapazitätsverhältnis von 1 : 9 vorhanden sein.

Die notwendige Parallelinduktivität erhält man zu

$$L = \frac{2{,}53 \cdot 10^{10}}{f_0^2 \cdot C_a}$$

f_o = obere Frequenz in kHz, C_a = Anfangskapazität in pF.

Eine Trimmerkapazität ist für den Abgleich immer notwendig, denn bei herausgedrehtem Drehkondensator wird mit diesem abgeglichen.

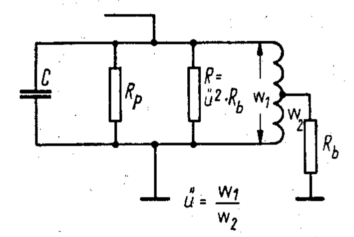


Bild 57

Der Resonanzwiderstand eines Parallelschwingkreises ist allgemein hochohmig. Soll ein Widerstand, der gegen den Resonanzwiderstand des Kreises niederohmig ist, an den Kreis angekoppelt werden, so ist eine entsprechende Ankopplung zu wählen, sonst wird der Kreis unzulässig bedämpft. Hier hilft neben der niederohmigen induktiven Ankopplung auch die niederohmige Anzapfung des Schwingkreises, die meist an der Schwingkreisspule erfolgt, aber auch durch eine entsprechende Aufteilung der Kapazitäten erfolgen kann. Als Beispiele mögen gelten die induktive Antennenkopplung und die Ankopplung der Signaldiode beim Superhet an eine Anzapfung des ZF-Kreises. Bild 57 zeigt eine solche niederohmige Ankopplung des Widerstandes R_b mittels einer Anzapfung. Eine Widerstandstransformation findet entsprechend dem Übersetzungsverhältnis statt.

$$ü = \frac{w_1}{w_2}, \qquad R = ü^2 \cdot R_b.$$

Ist R_b ein Ohmscher Widerstand, so erhält man für den resultierenden Kreiswiderstand

$$R_p = \frac{ü^2 \cdot R_b \cdot R_{res}}{ü^2 R_b + R_{res}} .$$

Wie schon bei den Gleichstromkreisen erklärt wurde, gibt ein Generator mit dem Innenwiderstand R_i an einen Verbraucherwiderstand R_b eine maximale Leistung ab, wenn $R_i = R_b$ ist. Das trifft z. B. für Tankkreise von Senderendstufen zu, da eine Fehlanpassung zur Überlastung der Endröhre führen kann. Genauso muß man ein Kabel mit seinem Wellenwiderstand abschließen, um Reflexionen zu vermeiden. Eine brauchbare Anpassungsschaltung neben dem bekannten Pi-Filter zeigen Bild 58 und Bild 59.

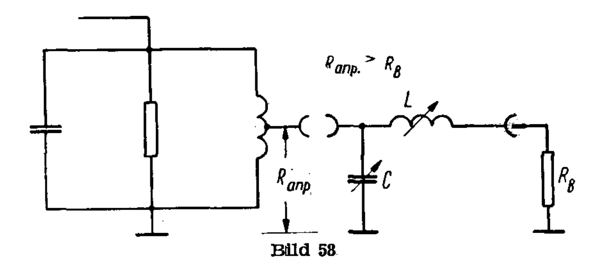


Bild 58

Ist $R_{anp} > R_B$, gilt nach Bild 58

$$C = \frac{1}{\omega \cdot R_{anp}} \sqrt{\frac{R_{anp} - R_B}{R_B}} \ [F],$$

$$L = \frac{R_{anp} - R_B}{\omega} \sqrt{\frac{R_B}{R_{anp} - R_B}} \ [H].$$

Bild 59

Ist $R_{anp} < R_B$, gilt nach Bild 59

$$C = \frac{1}{\omega \cdot R_{anp}} \sqrt{\frac{R_B - R_{anp}}{R_{anp}}} \text{ [F]},$$

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{R_{anp} (R_B - R_{anp})} \text{ [H]};$$

R in Ohm, ω in $^1/_s$ bzw. f in Hz.

5.3 Der Empfängereingangskreis

Am Eingangskreis eines Empfängers wird eine maximale Empfangsenergie wirksam, wenn einmal Resonanz zwischen Antennen- und Eingangskreis und zum anderen Anpassung besteht. Diese Forderungen lassen sich

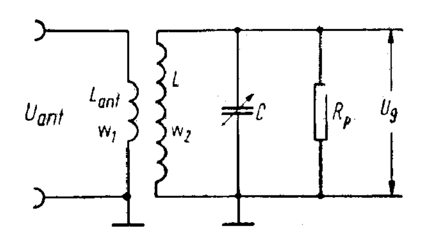


Bild 60

nicht immer verwirklichen. In der allgemeinen Praxis verwendet man meist die induktive oder kapazitive Antennenankopplung.

Induktive Antennenankopplung (Bild 60)

Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{U_g}{U_{Ant}} = \frac{L}{M}$,

Gegeninduktivität $M = k \cdot \sqrt{L \cdot L_{Ant}}$,

Kopplungsfaktor $k = \frac{1}{\ddot{u}} \sqrt{\frac{L}{L_{Ant}}}$.

Nach den oben angegebenen Beziehungen wird der Eingangskreis wie folgt beeinflußt:

a) Antennenlänge $< \lambda/4$ (Antenne wirkt kapazitiv).
An w_1 ist näherungsweise die Parallelschaltung von C_{Ant} und

$$R'_p \approx \frac{1}{(R_s + R_v) \cdot \omega \cdot C^2_{Ant}} [\Omega];$$

(R_s = Strahlungswiderstand der Antenne in Ohm, R_v = gesamter Verlustwiderstand des Antennenkreises in Ohm) wirksam, für den Eingangskreis tritt damit eine Verstimmung durch

$$C_v = \frac{C_{Ant}}{ü^2}$$

und eine Bedämpfung mit

$$R_D = ü^2 \cdot R'_p$$

auf.

b) Antennenlänge gleich $\lambda/4$ (Resonanz des Antennenkreises).
An w_1 ist nur der Widerstand

$$R_A = R_s + R_v$$

wirksam, der mit dem Quadrat des Übersetzungsverhältnisses in den Eingangskreis transformiert wird. Für eine optimale Leistungsanpassung gilt dann

$$R_D = ü^2 (R_s + R_v) = R_p,$$

$$R_p = \frac{R_{res} \cdot R_e}{R_{res} + R_e} [\Omega];$$

R_{res} = Resonanzwiderstand, R_e = elektronischer Eingangswiderstand der Eingangsröhre.

c) Antennenlänge $> \lambda/4$ (Antenne wirkt induktiv).
Es entsteht eine induktive Verstimmung des Eingangskreises durch

$$L_v = ü^2 \cdot L_{Ant}$$

und eine entsprechende Bedämpfung.

Kapazitive Antennenankopplung (Bild 61)
C_k und der Kreis bewirken eine Aufteilung der Antennenspeisung.
Die parallel zu C wirksame Kapazität ist dann

$$C_p = \frac{C_k \cdot C_{Ant}}{C_k + C_{Ant}}$$

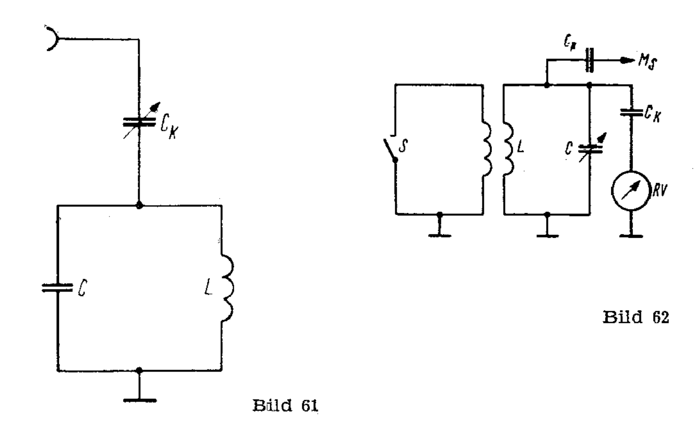


Bild 61

Bild 62

und die Bedämpfung

$$R_D \approx \frac{1}{(R_s + R_v)\,\omega^2\,C_k^2}\ [\Omega].$$

In der Praxis verwendet man bei einfachen Empfängern C_k variabel mit etwa 5 bis 50 pF. Es ist bei mehrkreisigen Eingangsschaltungen angebracht, den Eingangskreis nachstimmbar zu gestalten, um Verstimmungen ausgleichen zu können.
Um den Kopplungsfaktor k bei der induktiven Kopplung bestimmen zu können, geht man nach Bild 62 wie folgt vor:

1. Bei geöffnetem Schalter S der Antennenspule mißt man die Resonanzfrequenz ω.
2. Bei geschlossenem Schalter S wird die Resonanzfrequenz ω_s gemessen.
3. Den Kopplungsfaktor k erhält man dann mit

$$k = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega}{\omega_s}\right)^2}$$

Beispiel 31

Ein Reihenschwingkreis besteht aus einer Induktivität $L = 10\ \mu H$ mit einer Güte $Q = 100$ und aus einer Kapazität $C = 100$ pF mit einem Verlustfaktor $d_C = 10^{-3}$. Die

angelegte Spannung beträgt $U = 10$ V bei einer Frequenz $f = 5$ MHz.

a) Wie groß ist der durch die Reihenschaltung fließende Strom?
b) Wie groß ist die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung?
c) Wie groß ist die über dem Kondensator abfallende HF-Spannung?
d) Welche Resonanzfrequenz ergibt sich für die gewählten Schwingkreiswerte, und wie groß ist die Bandbreite?

Lösung:

a) $$R_s = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

$$R = d_L + d_C \sqrt{\frac{L}{C}} = (10^{-2} + 10^{-3}) \sqrt{\frac{10^{-5}}{10^{-10}}}$$

$$= 1{,}1 \cdot 10^{-2} \sqrt{10^5},$$

$$R = 1{,}1 \sqrt{10} = 1{,}1 \cdot 3{,}17 = 3{,}48 \text{ Ohm},$$
$$\omega L = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-5} = 100\pi = 314 \text{ Ohm},$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-10}} = \frac{10^3}{\pi} = 319 \text{ Ohm},$$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 314 - 319 = -5 \text{ Ohm},$$

$$R_s = \sqrt{(3{,}48)^2 + (-5)^2} = \sqrt{12{,}1 + 25} = \sqrt{37{,}5}$$
$$= 6{,}1 \text{ Ohm},$$

$$I = \frac{U}{R_s} = \frac{10}{6{,}1} = 1{,}64 \text{ A},$$

b) $$\tan\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{5}{3{,}48} = -1{,}44,$$

$$\varphi = -55{,}2°.$$

Der Kreis ist kapazitiv, und die Spannung eilt dem Strom nach. Die Resonanzfrequenz ist also größer als 5 MHz.

c) $U_c = I \frac{1}{\omega C} = 1{,}64 \cdot 319 = 523$ V.

Die Spannung über dem Kondensator ist also 52,3-fach höher als die am Reihenschwingkreis anliegende Gesamtspannung!

d) $f_0 = \frac{159{,}2}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{159{,}2}{\sqrt{10 \cdot 100}} = \frac{15{,}92}{\sqrt{10}} = \frac{15{,}92}{3{,}17} = 5{,}04$ MHz,

$b = (d_L + d_c)\, f_0 = d \cdot f_0 = 11 \cdot 10^{-3} \cdot 5040 = 11 \cdot 5{,}04$
$= 55{,}4$ kHz.

Beispiel 32

Wie groß ist der Resonanzwiderstand eines Parallelresonanzkreises mit einer Induktivität L = 10 mH und einer Kapazität C = 0,1 µF? Die Spule besitzt eine Güte von Q = 50 und der Kondensator einen Verlustfaktor von $d_c = 10^{-2}$.

$$R_{res} = Q \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{L}{C}},$$

$$d = d_L + d_c = 0{,}5 \cdot 10^{-2} + 10^{-2} = 1{,}5 \cdot 10^{-2},$$

$$R_{res} = \frac{1}{1{,}5 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{10^{-2}}{10^{-7}}} = \frac{10^2}{1{,}5} \cdot \sqrt{10^5} = \frac{10^4}{1{,}5} \sqrt{10}$$

$$R_{res} = \frac{3{,}17 \cdot 10^4}{1{,}5} = 2{,}11 \cdot 10^4 = 21{,}1 \text{ kOhm}.$$

Beispiel 33

Ein Parallelschwingkreis soll bei $f_0 = 30$ MHz eine Bandbreite von 200 kHz erhalten. Die verwendete Spule besitzt eine Induktivität von L = 1 µH und einen Verlustwiderstand von $r_L = 1$ Ohm.

a) Wie groß muß die Drehkondensatorkapazität sein? Der Kondensator wird ohne Verluste betrachtet.

b) Wie groß ist ein eventuell erforderlicher Parallelwiderstand zu wählen?

$$C = \frac{1}{\omega_0{}^2 L} = \frac{1}{4\,\pi^2 \cdot 9 \cdot 10^{14} \cdot 10^{-6}} = \frac{10^{-8}}{36\,\pi^2}$$

$$= \frac{10^{-8}}{36 \cdot 9{,}85} = \frac{10^{-8}}{355},$$

$$C = \frac{100}{3{,}55} \cdot 10^{-12} = 28{,}2\ \text{pF},$$

$$d_L = d = \frac{r_L}{\omega L} = \frac{1}{2\,\pi \cdot 3 \cdot 10^7 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{60\,\pi} = \frac{1}{189}.$$

$$b = d \cdot f_0 = \frac{30\,000}{189} = 159\ \text{kHz}.$$

Die Bandbreite ist also geringer als in der Aufgabe gefordert. Es muß deshalb ein Parallelwiderstand R_p vorgesehen werden.

$$d' = \frac{b}{f_0} = \frac{200}{30000} = \frac{1}{150},$$

$$r'_L = d' \cdot \omega_L = \frac{2\,\pi \cdot 3 \cdot 10^7 \cdot 10^{-6}}{150} = \frac{60\,\pi}{150} = \frac{189}{150}$$

$$= 1{,}26\ \text{Ohm},$$

$$R_p = \frac{L}{C\,(r'_L - r_L)} = \frac{10^{-6}}{28{,}2 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}26} = \frac{10^6}{7{,}33}$$

$$= 136{,}5\ \text{kOhm}.$$

Beispiel 34

Den Außenwiderstand einer HF-Röhre bildet ein Parallelschwingkreis. Die höchste zu verstärkende Frequenz beträgt 3,8 MHz. Die verwendete Spule besitzt eine Induktivität von L = 20 μH, als Anfangskapazität stehen C_0 = 30 pF zur Verfügung. Wie groß muß mindestens ein parallel zu schaltender Trimmer sein, damit am Drehkoanfang 3,8 MHz eingestellt werden können?

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} - C_0 = \frac{1}{4\,\pi^2 \cdot 3{,}8^2 \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot 10^{-5}} - 30 \cdot 10^{-12},$$

$$C = \frac{10^{-7}}{4 \cdot 9{,}85 \cdot 14{,}4 \cdot 2} - 30 \cdot 10^{-12} = \frac{10^{-7}}{1130} - 30 \cdot 10^{-12} = \frac{100}{1{,}13}$$

$$\cdot 10^{-12} - 30 \cdot 10^{-12}$$

$$C = (88{,}5 - 30)\,10^{-12} = 58{,}5 \text{ pF}.$$

Beispiel 35

Die Induktivität eines ZF-Kreises muß eine Anzapfung für die Signaldiode erhalten, damit durch den Innenwiderstand der Diode nicht der Resonanzwiderstand des ZF-Kreises unter ein gewünschtes Maß herabgesetzt wird. Für die Diode gilt R_i = 50 kOhm, der resultierende Resonanzwiderstand soll nicht kleiner als R_p = 100 kOhm werden. Die Kreisgüte beträgt Q = 200, die Induktivität L = 0,5 mH und die Resonanzfrequenz f_0 = 500 kHz. Wie groß ist das erforderliche Übersetzungsverhältnis?

$$R_{res} = Q \cdot \omega L = 2 \cdot 10^2 \cdot 2\,\pi \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = \pi \cdot 10^5$$
$$= 314 \text{ kOhm},$$

$$R_p = \frac{ü^2 \cdot R_i \cdot R_{res}}{ü^2 \cdot R_i + R_{res}},$$

$$ü = \sqrt{\frac{R_p \cdot R_{res}}{R_i\,(R_{res} - R_p)}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 314}{50\,(314 - 100)}},$$

$$ü = \sqrt{\frac{31\,400}{50 \cdot 214}} = \sqrt{\frac{31\,400}{10\,700}} = \sqrt{\frac{314}{107}} = \sqrt{2{,}94} = 1{,}72.$$

Beispiel 36

Eine $\lambda/4$-Antenne habe bei 3,5 MHz einen Widerstand von R_B = 50 Ohm und bei 7 MHz einen solchen von 800 Ohm. Für beide Frequenzen beträgt der Anpassungswiderstand der Senderendstufe R_{anp} = 60 Ohm. Welche Anpaßschaltung ist zu wählen und wie ist sie zu dimensionieren?

Fall 1: $R_B < R_{anp}$ (Bild 63)

$$C = \frac{1}{\omega \cdot R_{anp}} \sqrt{\frac{R_{anp} - R_B}{R_B}} = \frac{1}{2\,\pi \cdot 3{,}5 \cdot 10^6 \cdot 60} \sqrt{\frac{60 - 50}{50}}$$

$$C = \frac{10^{-8}}{4{,}2\,\pi} \sqrt{0{,}2} = \frac{10^{-9}}{13{,}2} \sqrt{20} = \frac{4{,}48 \cdot 10^{-9}}{13{,}2}$$

$$= 0{,}34 \text{ nF} = 340 \text{ pF},$$

$$L = \frac{R_{anp} - R_B}{\omega} \sqrt{\frac{R_B}{R_{anp} - R_B}} = \frac{60 - 50}{2\,\pi \cdot 3{,}5 \cdot 10^6} \sqrt{\frac{50}{60 - 50}},$$

$$L = \frac{10^{-5}}{7\,\pi} \sqrt{5} = \frac{2{,}24 \cdot 10^5}{22} = 0{,}102 \cdot 10^{-5} = 1{,}02\ \mu\text{H},$$

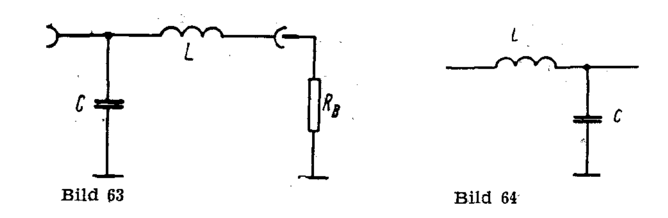


Bild 63

Bild 64

Fall 2: $R_B > R_{anp}$ (Bild 64)

$$C = \frac{1}{\omega \cdot R_{anp}} \sqrt{\frac{R_B - R_{anp}}{R_{anp}}} = \frac{1}{2\,\pi \cdot 7 \cdot 10^6 \cdot 60} \sqrt{\frac{800 - 60}{60}},$$

$$C = \frac{10^{-8}}{8{,}4\,\pi} \sqrt{12{,}3} = \frac{3{,}51 \cdot 10^{-9}}{2{,}64} = 1{,}33 \text{ nF} = 1330 \text{ pF},$$

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{R_{anp}\,(R_B - R_{anp})} = \frac{1}{2\,\pi \cdot 7 \cdot 10^6} \sqrt{60\,(800 - 60)},$$

$$L = \frac{10^{-6}}{14\,\pi} \sqrt{44\,500} = \frac{211 \cdot 10^{-6}}{44} = 4{,}8\ \mu\text{H}.$$

6. ERLÄUTERUNG DER DIAGRAMME

Diagramm 1: Wirkwiderstandserhöhung

Auf der Abszisse ist die Frequenz in Hz und auf der Ordinate das Verhältnis $R_{\sim}/R_{=}$ aufgetragen.
Beispiel: Bei einer Frequenz von 3,5 MHz hat ein Kupferdraht von 0,5 mm Durchmesser eine Widerstandserhöhung gegenüber $R_{=}$ um den Faktor 3,6. Ist die Frequenz dagegen 30 MHz, so ergibt sich ein Zunahmefaktor von 10,3.

Diagramm 2: Eindringtiefe

Abszisse — Wellenlänge in m, Ordinate — Eindringtiefe in mm.
Beispiel: Für eine Wellenlänge von $\lambda = 10$ m erhält man für Messing eine Eindringtiefe von 0,026 mm.

Diagramm 3: Ohmsches Gesetz

Abszisse — Spannung in V, Ordinate — Leistung in W oder Strom in A, Widerstand in Ohm als Parameter.
Beispiel: Wenn an einem Widerstand von 100 kOhm eine Spannung von 100 V liegt, dann fließt durch ihn ein Strom von 1 mA, und es wird eine Leistung von 100 mW verbraucht.

Diagramm 4: Strom- bzw. Spannungsverhältnisse

Abszisse — Verhältnis R_a/R_i, Ordinate — U/U_l bzw. I/I_k.
Beispiel: Ist $R_a = R_i$, also $R_a/R_i = 1$, wird $U/U_l = I/I_k = 0{,}5$ und damit eine maximale Leistung von einem Generator an den Verbraucher abgegeben. Bei $R_a/R_i = 4$ ist $U/U_l = 0{,}8$, $I/I_k = 0{,}2$ und damit $N = U_l \cdot I_k = 0{,}16$.

Diagramm 5: Kapazität eines Drehkondensators

Abszisse — Drehwinkel in Grad, Ordinate — relative Kapazitätsänderung

1. Kreisplattenschnitt, 2. wellengerader Plattenschnitt, 3. frequenzgerader Plattenschnitt, 4. logarithmischer Plattenschnitt.

Beispiel: Bei einem Drehwinkel von 80° ist die Kapazitätszunahme eines Kreisplattendrehkos gegenüber seiner Anfangskapazität um den Faktor 5 gestiegen, dagegen bei einem logarithmischen Plattenschnitt nur um den Faktor 0,25.

Diagramm 6: Zeitkonstante

Abszisse — Widerstand in kOhm, Ordinate — Zeit in s. Die eingeklammerten Zeiten gelten für die eingeklammerten C-Werte.

Beispiel: Mit einem Widerstand von 100 kOhm und einem Kondensator von 1 µF erhält man eine Zeitkonstante von 0,1 s. Für den eingeklammerten C-Wert von 1 nF ist die Zeitkonstante 10^{-4} s. Die eingeklammerten Ordinatenwerte (x) beziehen sich auf die Zeitkonstanten mit Induktivitäten. So erhält man für L = 10 mH und R = 100 kOhm eine Zeitkonstante von 10^{-7} s.

Diagramm 7: Zeitkonstante

Abszisse — Widerstand in kOhm oder MOhm, Ordinate — Zeit in s. Die eingeklammerten Zeiten beziehen sich auf die eingeklammerten C-Werte. Die mit Stern versehenen Klammerwerte gelten nur für die Widerstände in MOhm, wobei die nicht eingeklammerten C-Werte gelten. Bei den Zeitkonstanten mit Induktivitäten gelten nur die Widerstandswerte in kOhm mit den Ordinaten von 10^{-4} bis 10^{-2}.

Beispiel: Ein Widerstand von 1 kOhm und eine Kapazität von 1 µF ergeben eine Zeitkonstante von 10^{-3} s = 1 ms. Beträgt dagegen der Widerstand 1 MOhm, ist die Zeitkonstante 1 s. Bei einer Induktivität von 1 H und einem Widerstand von 1 kOhm ist die Zeitkonstante ebenfalls 10^{-3} s, mit einer Kapazität von 10 nF ist sie 10^{-5} s = 10 µs.

Diagramm 8: Dezibel — Neper

Abszisse — Dezibel bzw. Neper, Ordinate — Strom-, Spannungs- und Leistungsverhältnis.

Beispiel: Ein Spannungsverhältnis von 100 (z. B. 100-fache Verstärkung) ergibt 40 dB oder 4,6 N. Ein gleiches Leistungsverhältnis ergibt aber nur 20 dB oder 2,3 N.

Diagramm 9: Zylinderspule

Abszisse — Verhältnis l/D, Ordinate — Faktor K.

Beispiel: Bei einem Spulendurchmesser von 5 cm und einer Wicklungslänge von 10 cm ist l/D = 2. Als Schnittpunkt mit der Kurve erhält man für K = 4,2, damit ist L = 2100 cm = 2,1 µH.

Diagramm 10: Windungszahlen für A_l-Werte

Abszisse — Induktivität in µH bzw. mH, Ordinate — Windungszahl. Die eingeklammerten L-Werte gelten für die eingeklammerten Windungszahlen.

Beispiel: Mit einer Görlerspule (A_l-Wert = $70 \cdot 10^{-3}$ µH) soll eine Spule von 100 µH hergestellt werden. Aus dem Diagramm erhält man 38 Windungen. Mit einem Hescho-Dosenkern (A_l-Wert = $400 \cdot 10^{-3}$ µH) soll eine Induktivität von 1 H hergestellt werden. Aus dem Diagramm erhält man eine Windungszahl von 1600 Windungen.

Diagramm 11: Strombelastung

Abszisse — Strom in A, Ordinate — Drahtdurchmesser in mm.
Beispiel: Bei einem Strom von 100 mA ist bei einer gewählten Strombelastung von 2 A/mm² ein Drahtdurchmesser von 0,27 mm erforderlich.

Diagramm 12: Verlustleistung

Abszisse — Übertemperatur in °C, Ordinate — Gleichstromverlustleistung in W. Der durch eine Eisenkerndrossel fließende Gleichstrom erwärmt die Drossel. Nach den Vorschriften ist eine Übertemperatur von 65 °C zugelassen. Aus dem Diagramm kann der benötigte Eisenkern ermittelt werden.

Beispiel: Bei einer Übertemperatur von 40 °C und einer Verlustleistung von 1 W erfüllt ein Eisenkern E 38 mindestens die Bedingungen.

Diagramm 13: Typenleistung

Abszisse — Typenleistung in VA, Ordinate — Kerngrößen für E/I-Schnitt. Typenleistung = gesamte Sekundärleistung (Einweggleichrichtung 0,95 mal N_s, Zweiweggleichrichtung 1,7 mal N_s, Graetzschaltung 1 mal N_s).
Beispiel: Für eine Typenleistung von 25 VA erhält man aus dem Diagramm den Kern E 84. Bei Zwischenwerten muß man den nächst größeren Kern verwenden.

Diagramm 14: Spannung und Windungszahl

Abszisse — Spannung in V, Ordinate — Windungszahl. Für Windungszahlen auf der Sekundärseite ist der erhaltene Wert mit dem Faktor 1,12 zu multiplizieren.

Beispiel: Für eine Primärspannung von 220 V benötigt

man bei einem Eisenkern E 60 eine Windungszahl von 930 Windungen, entsprechend für die gleiche Spannung auf der Sekundärseite dann 1043 Windungen.

Diagramm 15 und 15': Blindwiderstände und Frequenzen
Abszisse — Frequenz, Ordinate — Blindwiderstand.

Beispiel: Wie groß ist der Blindwiderstand einer Kapazität von 1 nF bei einer Frequenz von 10 kHz? Als Schnittpunkt der angegebenen Werte erhält man $R_C \approx$ 16 kΩ.

Wird eine größere Genauigkeit verlangt oder ist ein nicht ablesbarer Zwischenwert angegeben, so kann Diagramm 15' verwendet werden, das ein Quadrat von Diagramm 15 vergrößert wiedergibt.

Beispiel: Welchen Blindwiderstand hat eine Spule von 1 µH bei 13,5 MHz? Man legt das Diagramm 15' in das Quadrat von 10 bis 100 MHz bei der angegebenen Induktivität. Die von rechts nach links gehenden Linien unter 45° sind die Linien, die den Induktivitäten zugeordnet sind. Offensichtlich schneidet Linie 1 µH nicht 13,5 MHz auf der Abszisse. Daher ist die obere 1 zu verwenden, die mit 13,5 MHz zum Schnitt zu bringen ist. Man erhält dann auf der Ordinate den Wert 8,75. Dieser Wert wird in das Diagramm 15 übertragen in das entsprechende Quadrat, und man erhält R_L = 87,5 Ohm.

Wie groß ist der Blindwiderstand eines Kondensators von 10 pF bei einer Frequenz von 220 MHz? Nach Diagramm 15 wird er unter 100 Ohm liegen. In Diagramm 15' wählt man auf der Abszisse den Wert 2,2 und erhält mit dem Schnittpunkt der Geraden 10 auf der Ordinate den Wert 7. Eine entsprechende Übertragung in Diagramm 15 ergibt R_C = 70 Ohm. Daraus ist zu ersehen, daß eine erhebliche Abweichung vorhanden war. Sie ist hauptsächlich damit zu erklären, daß die Diagrammwerte eine logarithmische Einteilung haben. Man tut also gut daran, stets Diagramm 15' mit zu verwenden.

Beispiel: C = 75 pF und L = 50 µH ergeben welche Resonanzfrequenz? Nach Diagramm 15 wird die Frequenz bei 2 MHz liegen. Mit Hilfe des genaueren Diagramms 15' erhält man die Frequenz zu 2,6 MHz.

Diagramm 16: Wellenwiderstand einer Vertikalantenne
Abszisse — Länge in m, Ordinate — Wellenwiderstand in Ohm.

Beispiel: Der Wellenwiderstand einer 5 m langen Antenne ist bei einem Drahtdurchmesser von 0,2 cm gleich 520 Ohm.

Diagramm 17: Wellenwiderstand der Doppelleitung
Abszisse — Verhältnis D/d, Ordinate — Wellenwiderstand in Ohm.

Beispiel: Das Verhältnis D/d = 10 ergibt Z = 327,5 Ohm.

Diagramm 18: Wellenwiderstand der Koaxialleitung
Abszisse — Verhältnis D/d, Ordinate — Wellenwiderstand in Ohm, Kapazität in pF/m und Induktivität in nH/m.

Beispiel: Für das Verhältnis D/d = 10 ist Z = 137,5 Ohm, C = 25 pF/m und L = 460 nH/m.

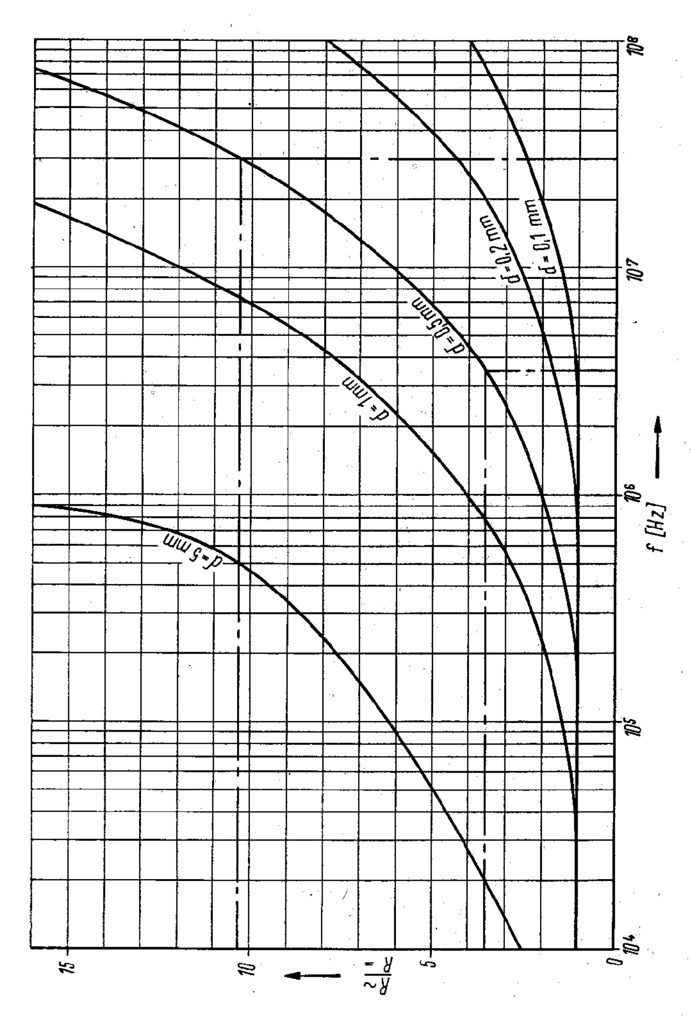

d = 0,1 mm
d = 0,2 mm
d = 0,5 mm
d = 1 mm
d = 5 mm
f [Hz]
10^4
10^5
10^6
10^7
10^8
0
5
10
15
$\frac{R_{\sim}}{R_{=}}$

Diagramm 1

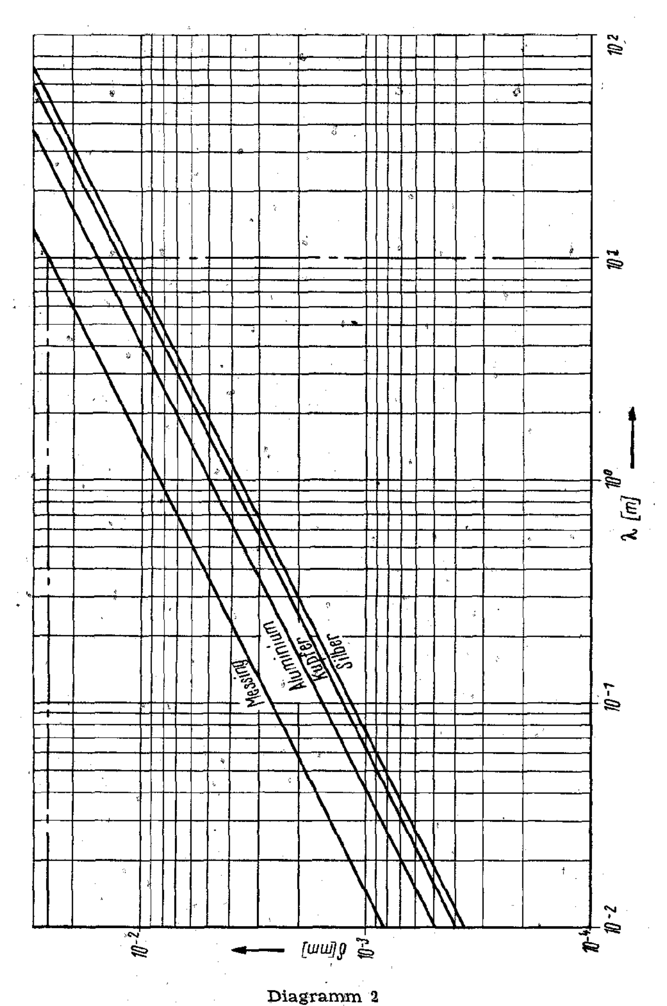

Messing
Aluminium
Kupfer
Silber
λ [m]
δ [mm]
10^-2
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^-2
10^-3
10^-4

Diagramm 2

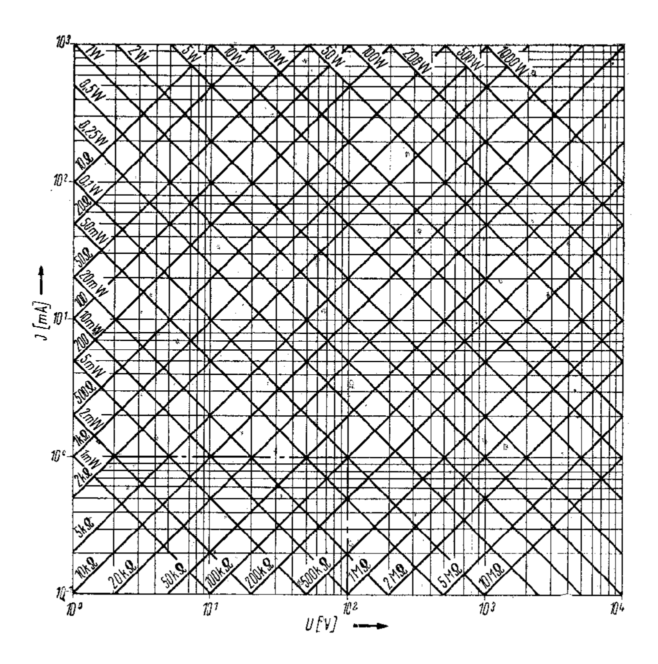

1W
2W
5W
10W
20W
50W
100W
200W
500W
1000W
0,5W
0,25W
10Ω
0,1W
20Ω
50mW
50Ω
20mW
100
10mW
200
5mW
500Ω
2mW
1kΩ
1mW
2kΩ
5kΩ
10kΩ
20kΩ
50kΩ
100kΩ
200kΩ
500kΩ
1MΩ
2MΩ
5MΩ
10MΩ
J [mA]
U [V]

Diagramm 3

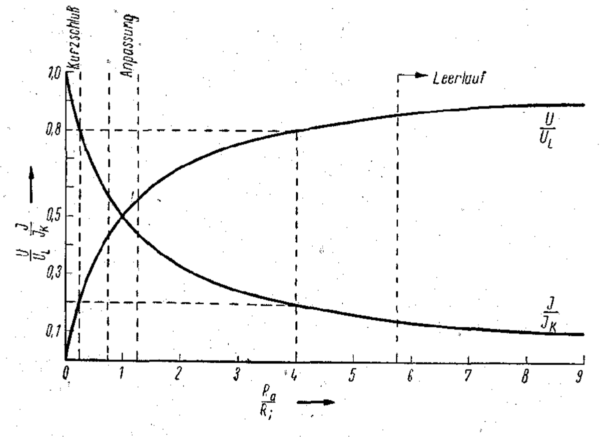


Diagramm 4

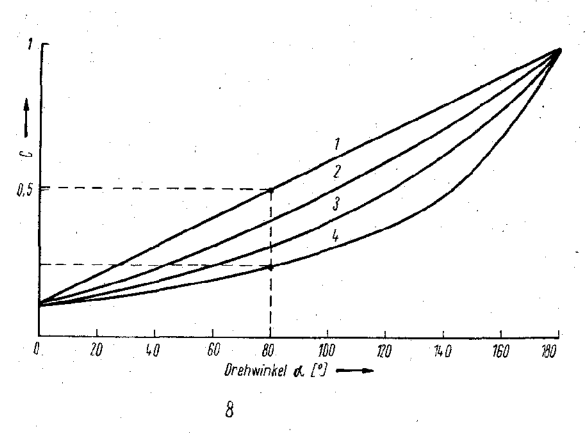
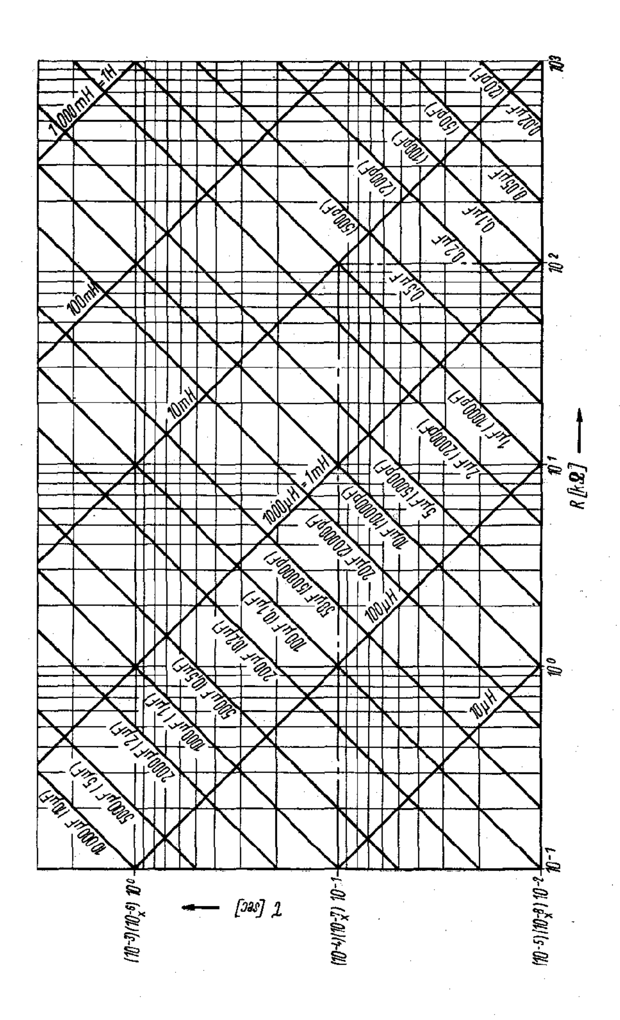


Diagramm 5



1000 mH = 1H
100mH
10mH
1000µH = 1mH
100µH
10µH
0,02µF (20pF)
0,05µF (50pF)
0,1µF (100pF)
0,2µF (200pF)
0,5µF (500pF)
1µF (1000pF)
2µF (2000pF)
5µF (5000pF)
10µF (10000pF)
20µF (20000pF)
50µF (50000pF)
100µF (0,1µF)
200µF (0,2µF)
500µF (0,5µF)
1000µF (1µF)
2000µF (2µF)
5000µF (5µF)
10000µF (10µF)
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^3
R [kΩ]
τ [sec]
(10^-3)(10^-6) 10^0
(10^-4)(10^-7) 10^-1
(10^-5)(10^-8) 10^-2

Diagramm 6

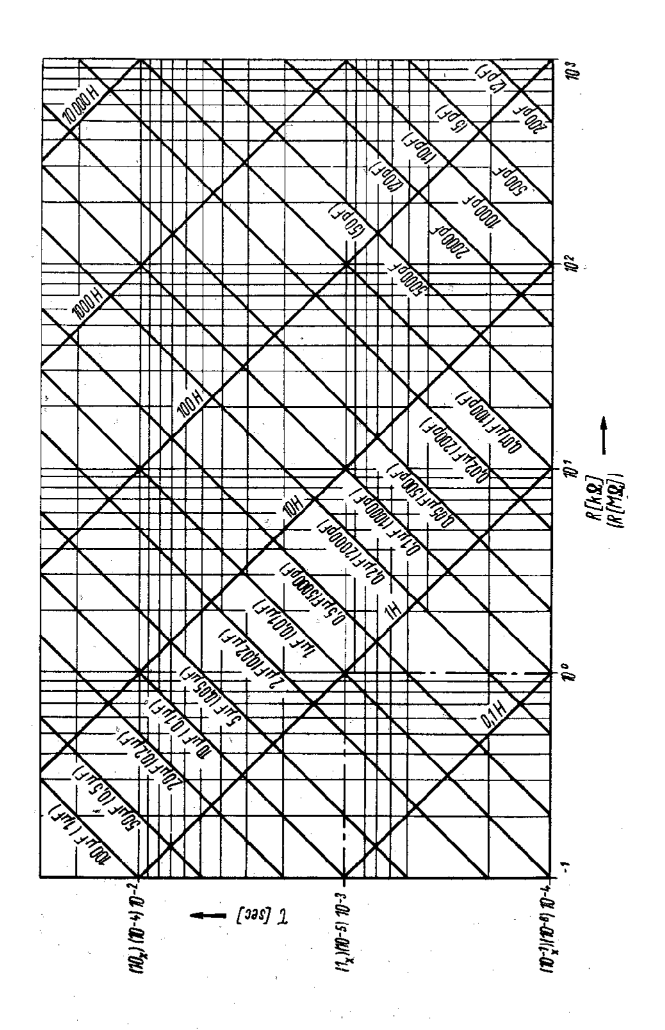
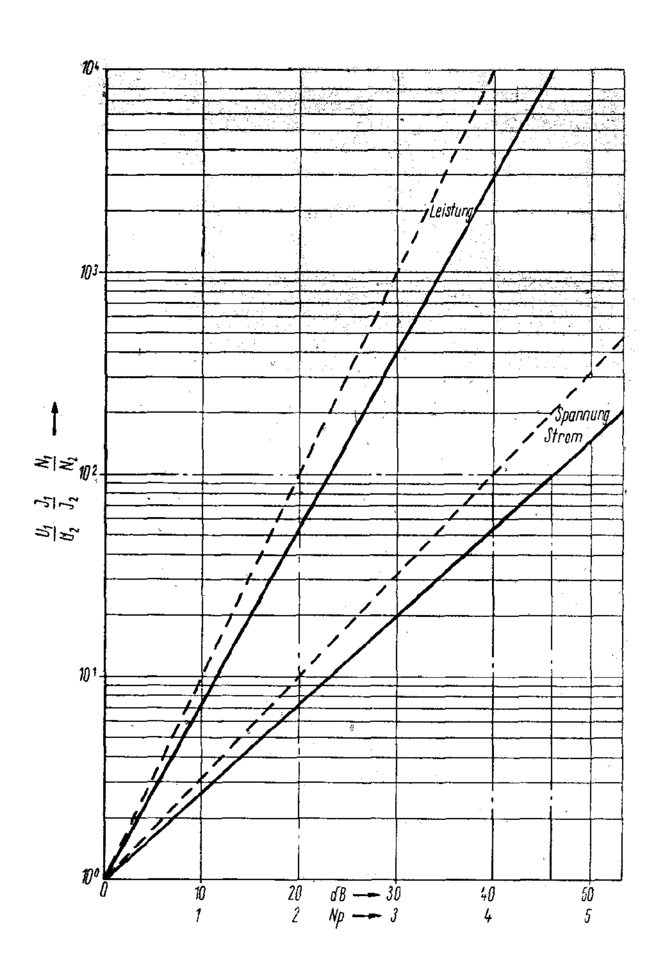
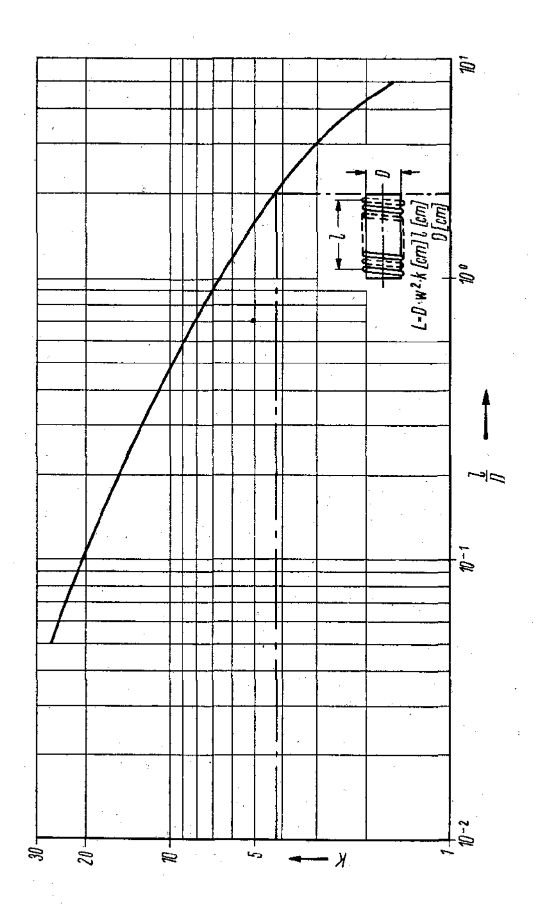

10 000 H
1000 H
100 H
10H
1H
0,1H
100μF (1μF)
50μF (0,5μF)
20μF (0,2μF)
10μF (0,1μF)
5μF (0,05μF)
2μF (0,02μF)
1μF (0,01μF)
0,5μF (5000pF)
0,2μF (2000pF)
0,1μF (1000pF)
0,05μF (500pF)
0,02μF (200pF)
0,01μF (100pF)
5000pF (50pF)
2000pF (20pF)
1000pF (10pF)
500pF (5pF)
200pF (2pF)
10^3
10^2
10^1
10^0
-1
R [kΩ]
(R [MΩ])
τ [sec]
(10_x) (10^{-4}) 10^{-2}
(1_x) (10^{-5}) 10^{-3}
(10^{-1}_x) (10^{-6}) 10^{-4}

Diagramm 7



10^4
10^3
10^2
10^1
10^0
Leistung
Spannung
Strom
$\frac{U_1}{U_2}$ $\frac{J_1}{J_2}$ $\frac{N_1}{N_2}$
0
10
20
dB → 30
40
50
1
2
Np → 3
4
5

Diagramm 8



30
20
10
5
1
k
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
$\frac{l}{D}$
$L = D \cdot w^2 \cdot k$ [cm] l [cm]
D [cm]
l
D

Diagramm 9

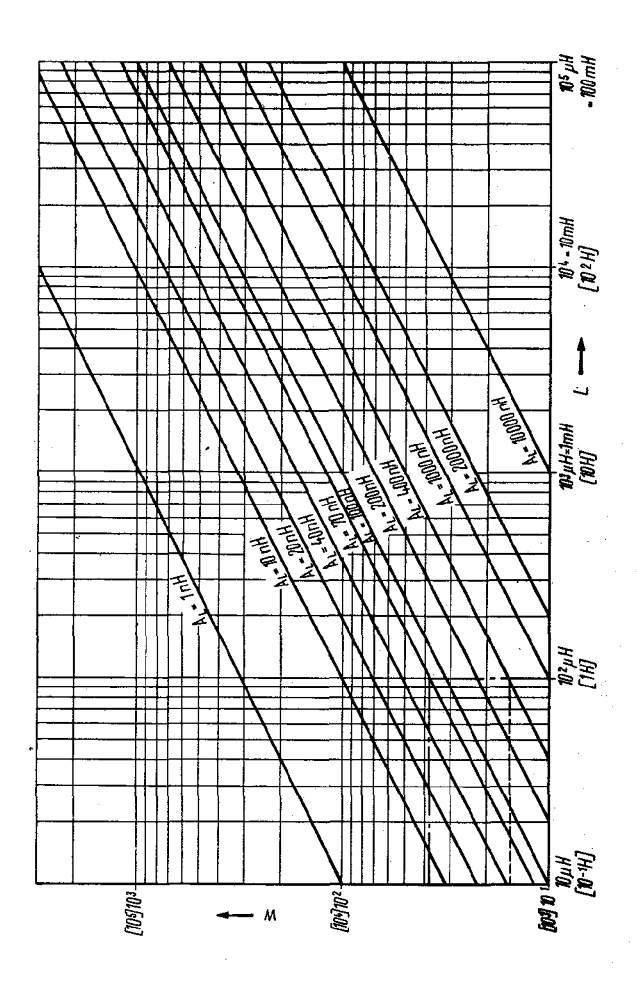

A_L = 1nH
A_L = 10 nH
A_L = 20nH
A_L = 40nH
A_L = 70nH
A_L = 100nH
A_L = 200nH
A_L = 400nH
A_L = 1000nH
A_L = 2000nH
A_L = 10000 nH
10 μH [10⁻¹H]
10² μH [1H]
10³ μH = 1mH [10H]
10⁴ = 10mH [10² H]
10⁵ μH = 100 mH
L
w
[10⁵] 10³
[10⁴] 10²
[10³] 10

Diagramm 10

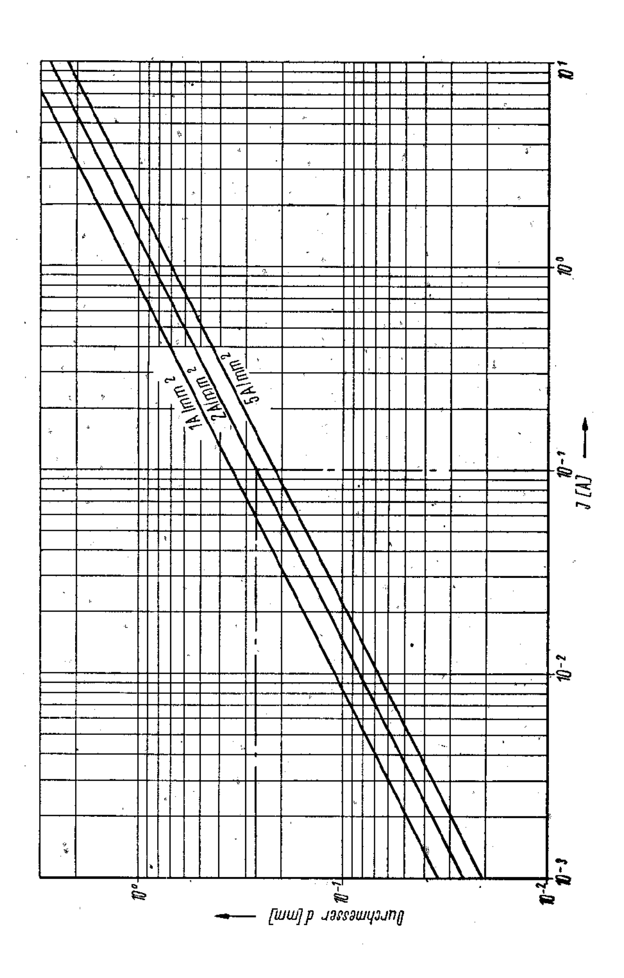

1A/mm²
2A/mm²
5A/mm²
10¹
10⁰
10⁻¹
10⁻²
10⁻³
J [A]
10⁰
10⁻¹
10⁻²
Durchmesser d [mm]

Diagramm 11

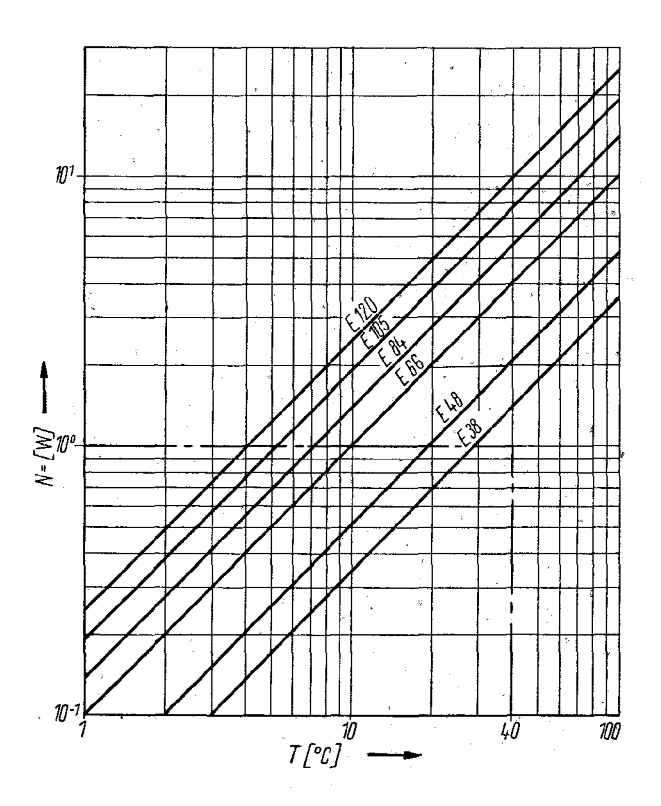


Diagramm 12

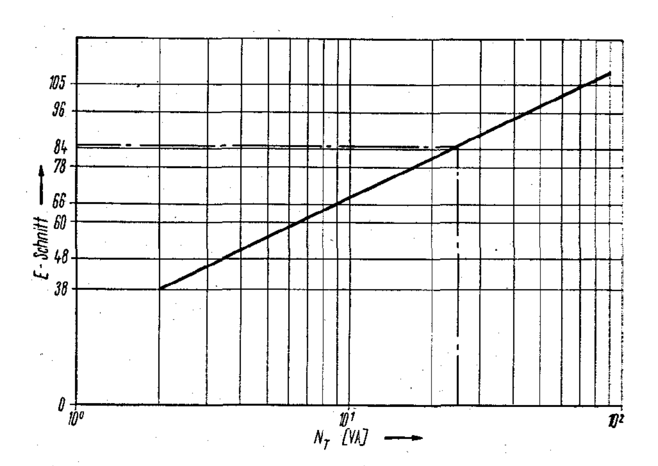


Diagramm 13

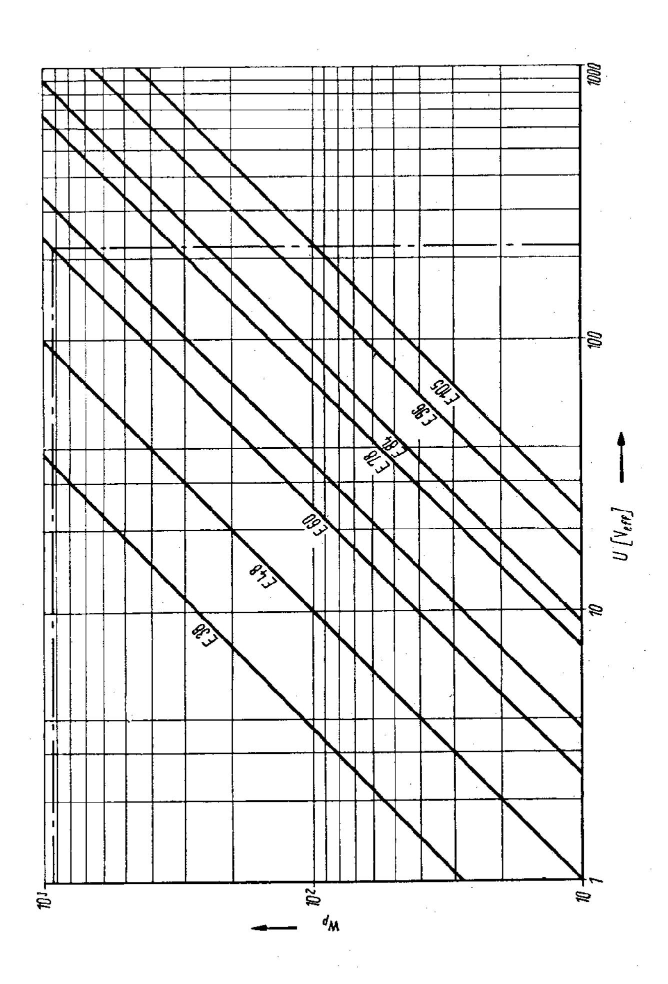


Diagramm 14

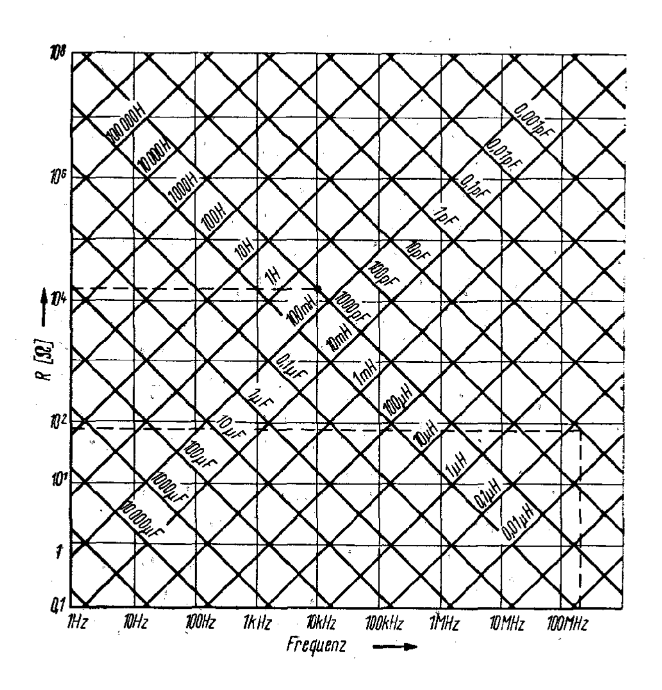

10⁸
10⁶
10⁴
10²
10¹
1
0,1
R [Ω]
100 000H
10 000H
1000H
100H
10H
1H
100mH
10mH
1mH
100µH
10µH
1µH
0,1µH
0,01µH
0,001pF
0,01pF
0,1pF
1pF
10pF
100pF
1000pF
0,1µF
1µF
10µF
100µF
1000µF
10 000µF
1Hz
10Hz
100Hz
1kHz
10kHz
100kHz
1MHz
10MHz
100MHz
Frequenz

Diagramm 15

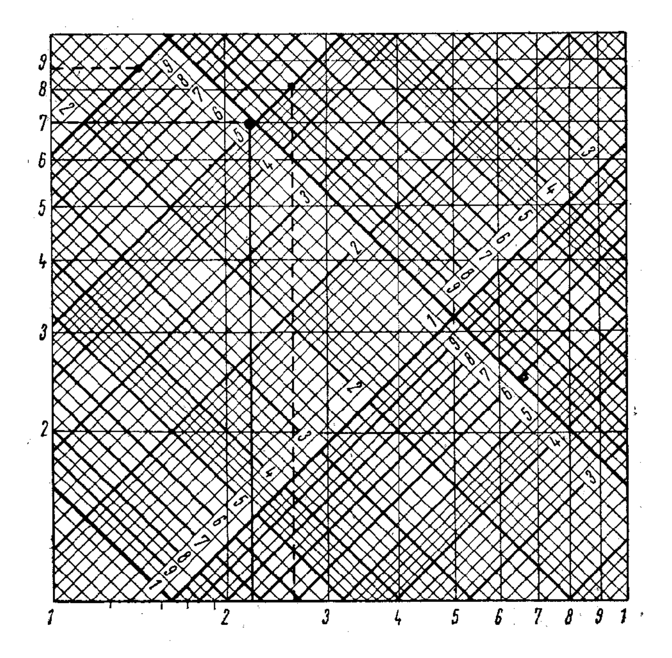


Diagramm 15′

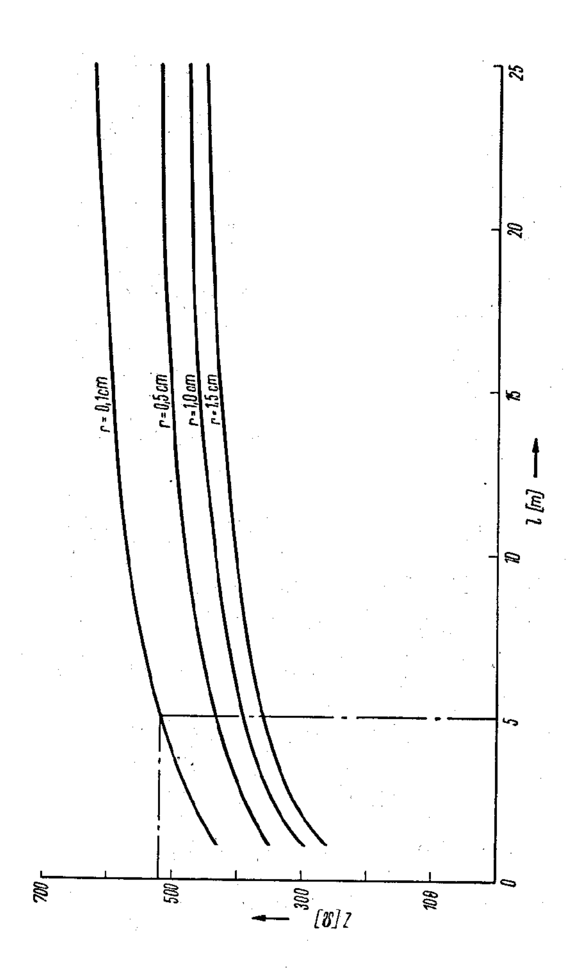
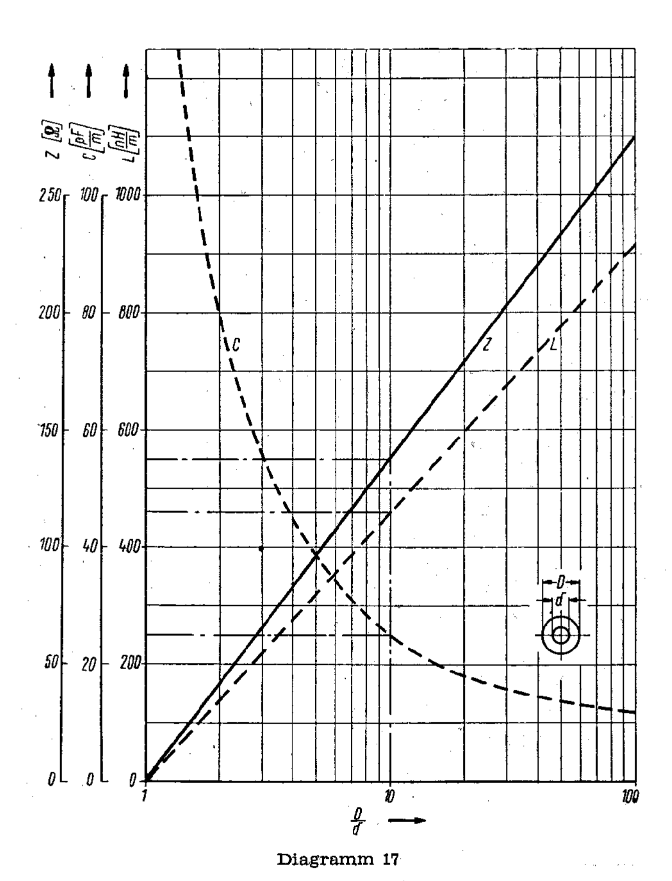


Diagramm 16


Z [Ω]
C [pF/m]
L [nH/m]
250
200
150
100
50
0
100
80
60
40
20
0
1000
800
600
400
200
0
C
Z
L
D
d
1
10
100
D/d
Diagramm 17

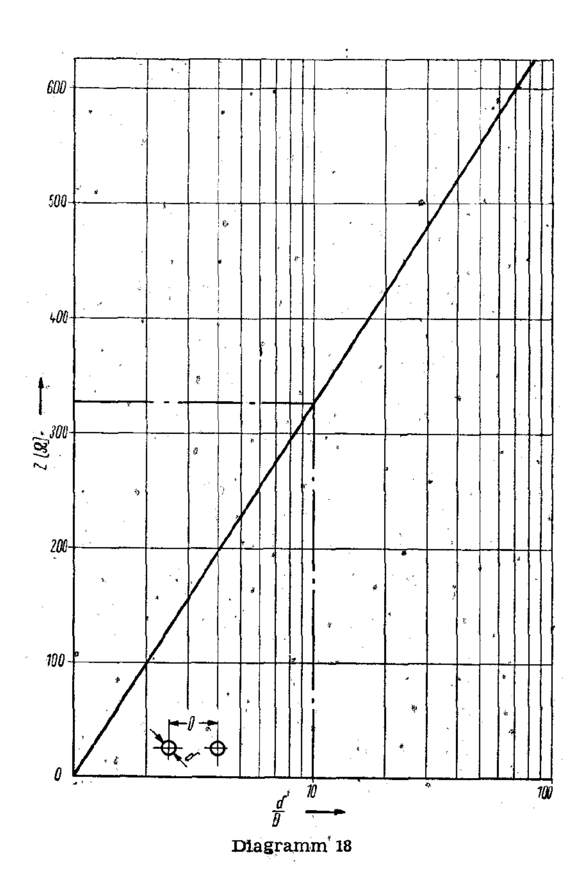


Diagramm 18

7. LITERATURNACHWEIS

H. Schönfeld „Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik“
S. Hirzel-Verlag, Leipzig 1951
O. Zinke „Hochfrequenzmeßtechnik“
S. Hirzel-Verlag, Leipzig 1947
H. Frühauf „Rundfunk-Siebschaltungen“
Lehrbriefe der TH Dresden
K. Freitag „Spulen und Übertrager“
Lehrbriefe der TH Dresden
Meinke/Gundlach „Taschenbuch der Hochfrequenztechnik“
Springer-Verlag, Berlin 1956
J. Kammerloher „Elektrotechnik des Rundfunktechnikers“
Deutscher Funk-Verlag GMBH, Berlin-Treptow 1950
J. Kammerloher „Hochfrequenztechnik I“
C. F. Winter'sche Verlagshandlung, Füssen 1957



Preis: 1,90 DM

VERLAG SPORT UND TECHNIK